



第 1 章

电路基本概念和电路定律

由电阻、电容、电感等集总参数元件组成的电路称为集总参数电路,简称集总电路。本书主要讨论集总电路的分析。最后第 11 章讨论与电路密切相关的磁路和有铁心线圈的交流电路。

本章首先介绍元件的伏安关系,在此基础上将阐明集总电路中各电压、电流应服从的基本规律,即它们之间的约束关系,这是分析集总电路的基本依据。

1.1 电路和电路模型

实际电路是由若干电气器件按照一定的方式相互联接而构成的总体。构成电路的器件如电阻器、电容器、线圈、晶体管、变压器及电源等统称为实际的电路部件。

实际电路的种类很多,其主要功能有二:一是实现电力的传输和分配,如电力系统;二是传输和处理各种电信号,如收音机及通信系统等。按其用途不同还可细分为:控制电路、测试电路、通信电路、电气照明电路等。不论哪种电路,随着电流在其中通过,都同时进行着电能与其他形式能量之间的相互转换过程。

电路分析并不是直接研究一个实际电路或一个实际的电路部件,而是将实际电路抽象为理想化的**电路模型(circuit model)**,用对电路模型的分析代替对实际电路的分析。在电路理论中,将这种理想化的模型称为**电路(circuit)**,可见“实际电路”和“电路”在概念上是有差异的,不可混为一谈。

因为电路模型是由理想电路元件(简称电路元件)相互联接而构成的,所以对实际电路的抽象实质上是将构成实际电路的电气器件抽象成为一些理想电路元件的组合。例如:实际电阻器通有电流时,主要表现为电能的损耗(转变为热能),因而可将它理想化为反映电能损

耗的电路元件——电阻元件；实际电感线圈在电路中主要表现为磁场能量的储存，因而可理想化为储存磁场能量的电路元件——电感元件；如果线圈的能量损耗不可忽略，则可将它抽象为电感元件和电阻元件的串联组合；电路器件的电场储能性质可用电容元件来抽象。

应当指出，用理想元件的组合来模拟实际电路，只能在一定条件下近似地反映实际器件中所发生的物理过程。根据工作条件及要求精确度的不同，同一器件可能用不同的电路元件组合来模拟。如一个电感线圈用于高频，线圈匝间的电容效应不能忽略时，表征此线圈的较精确的模型除了前述电感元件及电阻元件外，还应包含电容元件。本课程的任务不是研究如何建立实际器件的理想化模型问题，而是根据电路模型来探讨其基本定律、定理及分析方法。

上述电路元件(模型)均为集总参数元件，即认为电路中某一物理现象是集中在一个元件中发生的。例如电能损耗、磁场储能和电场储能是分别集中在电阻元件、电感元件和电容元件中进行的。于是在任何时刻从具有两个端子的集总元件的一个端子流入的电流，将恒等于从另一端子流出的电流，且该元件的端电压是单值的。由满足上述条件的元件构成的电路称为**集总参数电路(circuit with lumped parameters)**。然而在实际电路中，能量损耗和电磁场都是连续分布在器件内部及电路中的。若电路工作频率较低，确切地说，当实际电路的各向尺寸较之电路工作时电磁波的波长可以忽略不计时，从电磁波传输的观点看，可将该电路视为集中在空间的一个点，这样的实际电路可抽象为一个集总参数电路，或者说该电路满足集总化的条件。如电路的工作频率为 f ，电磁波的传播速度为 v ，则电磁波的波长 $\lambda = v/f$ ，电路集总化的条件就是：电路的各向尺寸 $d \ll \lambda$ 。一个实际电路的工作频率越高，电磁波波长越短，符合集总化条件的电路尺寸就越小；反之，若电路尺寸越大，则符合集总化条件的工作频率就越低。

例如，2m 长的一段馈线，在工频 50Hz 时，如馈线周围介质是空气，电磁波的速度(光速)为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，电磁波波长 $\lambda = v/f = 6 \times 10^6 \text{ m}$ ，可视为集总参数元件；若将此馈线作为电视机天线的引线，电视信号频率一般在 50MHz 以上，若以 $f = 50 \text{ MHz}$ 计算，波长 $\lambda = 6 \text{ m}$ ，显然不能满足集总化条件。本书只研究集总参数电路。

1.2 电流和电压的参考方向

在电路分析中，不仅要求出电流或电压的大小，而且还要知道它们的方向。

电流在导线或一个电路元件中流动的实际方向是指正电荷定向移动的方向，因此在一段电路中电流的实际方向有两种可能。在电路分析中，往往对某一段电路中电流的实际方向无法预先判断，有时电流的实际方向还在不断地改变，因此很难在电路中标明电流的实际方向。由于这些原因，引入了“参考方向”的概念。**参考方向(reference direction)**是分析电路前任意指定的，因而所选的参考方向并不一定就是电流的实际方向。有了参考方向还必须借助电流的表达式才能说明实际方向。这里所讲的表达式，以后将会知道是根据所假定的参考方向和电路的各种约束关系求解出来的。

例如在图 1-1 中，用实线箭头标出了元件 A 与元件 B 中的电流参考方向。若解出的

表达式为 $i_1 = 3\text{A}$, $i_2 = -4\text{A}$ 。式中的数值表示电流的大小分别为 3A 和 4A , 而 $i_1 > 0$ 表示实际方向(图中用虚线箭头表示)与参考方向一致; $i_2 < 0$, 则表示实际方向与参考方向相反。所以参考方向也称为参考正方向或假定的正方向。



图 1-1 电流参考方向与它的实际方向间的关系

可见, 只有参考方向而无代数表达式就不能确定实际方向; 反之, 没有参考方向, 表达式(包括列写的方程式)就没有意义, 同样不能知道实际方向。电流的参考方向在电路中一般用画在元件旁或元件引线上的箭头表示; 也可用双下标表示, 如 i_{AB} , 其参考方向是由 A 指向 B。

同理, 两点之间电压的实际方向(即高电位点指向低电位点的方向)也有两种可能。可选定其中任意一个方向作为电压的参考方向。当其表达式为正值($u > 0$)时, 表示电压的实际方向与其参考方向一致; 反之, 表达式为负值($u < 0$)时, 则表示实际方向与参考方向相反。

电压的参考方向也是任意指定的。在电路中, 电压的参考方向可用正(+)、负(-)极性来表示, 正极指向负极的方向就是电压的参考方向。有时为了方便起见, 也可用一个箭头来表示电压的参考方向, 见图 1-2; 也可用双下标表示, 如 u_{AB} 。

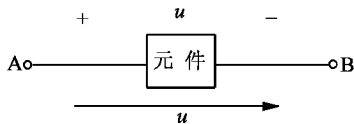


图 1-2 电压参考方向

对于电流(或电压)的实际方向不断改变的情况, 有了参考方向可得到很好的说明。设某元件中的电流参考方向如图 1-3(a)所示, 其表达式为 $i(t) = I_m \sin \omega t$, 式中 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 波形如图 1-3(b)所示。当 $0 < t < \frac{T}{2}$ 时, $i(t) > 0$, 表示这段时间内电流的实际方向与参考方向一致。当 $\frac{T}{2} < t < T$ 时, $i(t) < 0$, 则表示这段时间内电流的实际方向与参考方向相反。只要用一个参考方向并借助于表达式即可说明任意瞬间的实际方向, 这对分析电路无疑是很方便的。

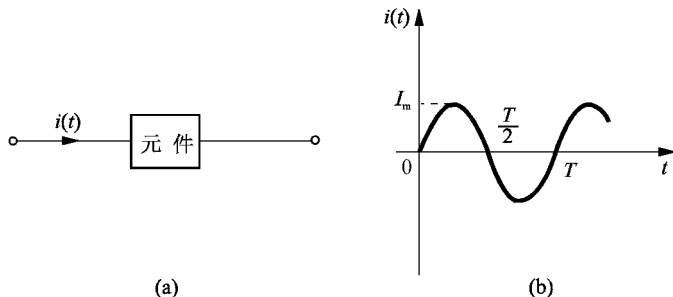


图 1-3 正弦电流参考方向和波形

参考方向在电路分析中起着十分重要的作用,没有参考方向,复杂电路的分析将难以进行。

对一个元件或一段电路的端电压和其间电流的参考方向,可以独立地任意指定。如果指定电流从标以电压“+”极性的一端流入,从标以“-”极性的一端流出,即电流的参考方向与电压的参考方向一致,这种参考方向称为关联参考方向,简称关联方向,见图 1-4。

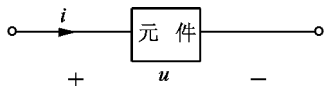


图 1-4 电压和电流的关联参考方向

今后,在任何瞬间 t 的电流和电压将用 $i(t)$ 和 $u(t)$ 表示,且往往简写为 i 和 u 。

1.3 电功率和电能

正电荷从电路元件的电压“+”极经元件移到电压的“-”极,是电场力对电荷做功的结果,这时元件吸收电能量,即将电能转换成其他形式的能量。相反地,正电荷从电路元件的电压“-”极经元件移到电压“+”极是非电场力对电荷做功的结果,此时元件将其他形式的能量转换为电能(electric energy),即元件向电路提供能量。

根据电压的定义,A、B 两点间的电压等于电场力将单位正电荷由 A 点移动到 B 点时所做的功。可知 dt 时间内将电荷 dq 由 A 点移动到 B 点电场力所做的功为

$$dw = u dq$$

该瞬间电场力做功的速率称为该瞬时的电功率(electric power),用 p 表示。若 u 、 i 为关联方向,如图 1-5 所示,则

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt} = u(t)i(t)$$

式中 p 是元件吸收的功率。但 u 、 i 的值可能为“+”,也可能为“-”,因此 p 的值也有“+”或“-”之可能。若 p 为“+”(即 $p > 0$),表示元件实际吸收功率;若 p 为“-”(即 $p < 0$),表示元件实际是发出功率。

如果电压参考方向与电流参考方向相反,则 $p = ui$ 表示元件发出的功率。在这种情况下, $p > 0$ 表示元件实际发出功率; $p < 0$ 表示元件实际吸收功率。

为不致混淆,可加下角标以资区别。若 u 、 i 取关联方向,用 $p_{\text{吸}} = ui$ 表示($p_{\text{吸}} > 0$ 实际吸收, $p_{\text{吸}} < 0$ 实际发出)。若 u 、 i 取非关联方向,则用 $p_{\text{发}} = ui$ 表示($p_{\text{发}} > 0$ 实际发出, $p_{\text{发}} < 0$ 实际吸收)。如图 1-6 所示。

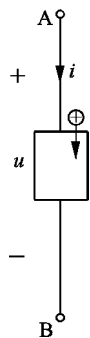


图 1-5 电功率

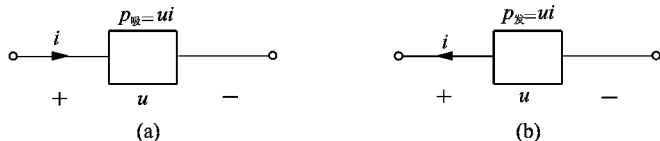


图 1-6 吸收功率和发出功率

电功率的积分就是电能,在关联参考方向下,电路元件在 t_0 到 t 的时间内吸收的电能量为

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d(\xi) = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d(\xi)$$

在国际单位制(SI)中,电流单位是安[培](A);电荷的单位是库[仑](C);电压的单位是伏[特](V);能量的单位是焦[耳](J);功率的单位是瓦[特](W)。这些单位在实际应用中有时嫌小,如计量大容量电机的功率和高压设备的电压;有时又嫌太大,如计量电子电路中的电压和电流。所以常常在这些单位前加词头,形成辅助单位,如

$$2\text{kV}(\text{千伏}) = 2 \times 10^3 \text{V}(\text{伏})$$

$$8\mu\text{A}(\text{微安}) = 8 \times 10^{-6} \text{A}(\text{安})$$

常用国际制单位词头如表 1-1 所示。在日常用电及工程上,还常用千瓦小时($\text{kW} \cdot \text{h}$)作电能量的单位,生活中称 1 千瓦小时为“1 度电”。

表 1-1 常用单位词头

因 数	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
符 号	G	M	k	m	μ	n	p
中文名称	吉	兆	千	毫	微	纳	皮

例 1-1 图 1-7 中,各元件 u 、 i 的参考方向及其表达式均已给出,试求各元件的功率。

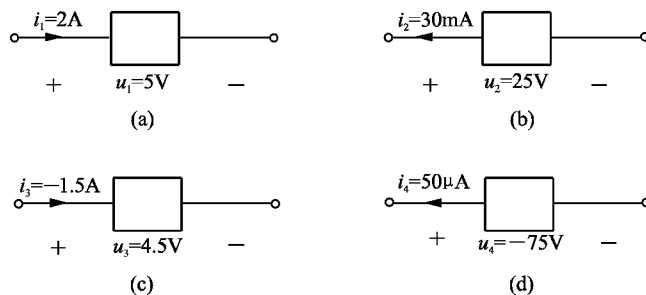


图 1-7 例 1-1 图

解 图(a)中电压、电流为关联方向,所以

$$p_{1\text{吸}} = u_1 i_1 = 5 \times 2 = 10 \text{W} \quad (\text{实际吸收})$$

图(b)中电压、电流为非关联方向,所以

$$\begin{aligned} p_{2\text{发}} &= u_2 i_2 = 25 \times 30 \times 10^{-3} \\ &= 0.75 \text{W} = 750 \text{mW} \quad (\text{实际发出}) \end{aligned}$$

图(c)中电压、电流为关联方向,所以

$$p_{3\text{吸}} = u_3 i_3 = 4.5 \times (-1.5) = -6.75 \text{W} \quad (\text{实际发出})$$

图(d)中电压、电流为非关联方向,所以

$$\begin{aligned} p_{4\text{发}} &= u_4 i_4 = (-75) \times 50 \times 10^{-6} \\ &= -3.75 \times 10^{-3} \text{W} = -3.75 \text{mW} \quad (\text{实际吸收}) \end{aligned}$$

1.4 电阻元件

本节到 1.9 节讨论线性无源二端元件(电阻元件、电容元件和电感元件)、有源二端元件(电压源和电流源)与多端元件(各种受控源和运算放大器)。各种元件都有精确的定义,由此可确定电压与电流之间的关系(简称 VCR),这种关系是电路分析的基础之一,称为第一类约束关系。除此以外,还要讨论这些元件的功率与能量。

通常的材料都有阻止电荷流动的特性,这种物理性质,即阻止电流通过的能力称为**电阻(resistance)**,用符号 R 表示。任何均匀截面材料的电阻取决于其截面积 S 及长度 l ,如图 1-8(a)所示,其数学式为

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

式中 ρ 称为材料的电阻率, $\Omega \cdot \text{m}$ 。良导体(如铜、铝等)的电阻率小,而绝缘体(如云母、玻璃等)的电阻率很高。

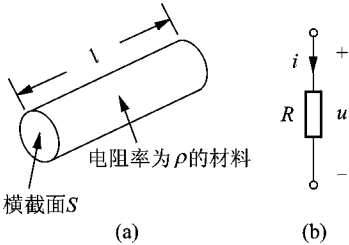


图 1-8 线性电阻

表 1-2 所示为某些常用材料的电阻率,并标明了哪些材料是导体、绝缘体或半导体。

表 1-2 常用材料的电阻率

材料名称	电阻率/ $\Omega \cdot \text{m}$	用 处
银	1.64×10^{-8}	导体
铜	1.72×10^{-8}	导体
铅	2.8×10^{-8}	导体
金	2.45×10^{-8}	导体
炭	4×10^{-5}	半导体
锗	47×10^{-2}	半导体
硅	6.4×10^2	半导体
纸张	10^{10}	绝缘体
云母	5×10^{11}	绝缘体
玻璃	10^{12}	绝缘体
聚四氟乙烯	3×10^{12}	绝缘体

电阻通常由合金和碳化合物制成,电阻在电路中的符号如图 1-8(b)所示,图中 R 表示该电阻的电阻值。电阻是电路中最简单的无源元件。

欧姆(Georg Simon Ohm, 1787—1854),德国物理学家,发现了电阻、电压和电流之间的关系,称之为**欧姆定律(Ohm's law)**,在电压和电流为关联方向时,其欧姆定律的数学式可表示为

$$\left. \begin{aligned} u &= Ri \\ i &= u/R \\ R &= u/i \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中 R 称为元件的电阻。电压 u 的单位为 V, 电流 i 的单位为 A, 电阻 R 的单位为 Ω 。

令 $G = \frac{1}{R}$, 则式(1-1)变为

$$\left. \begin{aligned} u &= i/G \\ i &= Gu \\ G &= i/u \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

式中 G 称为电阻元件的**电导(conductance)**。电导的单位为西[门子](S)。

如果电阻元件的电压和电流为非关联方向(见图 1-9), 则欧姆定律应写为

$$\begin{aligned} u &= -Ri \\ i &= -Gu \end{aligned}$$

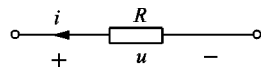


图 1-9 u, i 为非关联方向

所以 VCR 表达式必须与参考方向配套使用。

如果把电阻元件的电压取为横坐标(或纵坐标), 电流取为纵坐标(或横坐标), 画出电压和电流的关系曲线, 这条曲线称为该元件的伏安特性。线性电阻元件的伏安特性是 $u-i$ (或 $i-u$) 平面上通过坐标原点的直线。

如果已知某线性电阻元件的伏安特性如图 1-10 所示, 则其电阻值可由下式来确定:

$$R = \left. \frac{u}{i} \right|_{\text{特性曲线上某点 } p} = \frac{U_p}{I_p}$$

若两个电阻元件的伏安特性画在同一平面上, 电阻大者其伏安特性与电流轴之间的夹角也大。如图 1-11 所示的两条伏安特性对应电阻 $R_2 > R_1$ 。

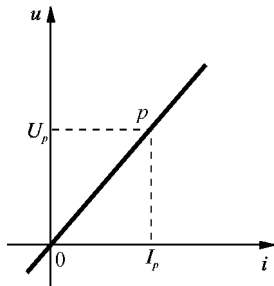


图 1-10 线性电阻元件的伏安特性

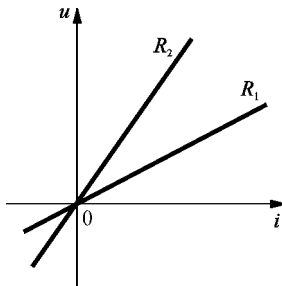


图 1-11 两个线性电阻元件的伏安特性

在电压和电流为关联方向时, 任一时刻电阻元件吸收的电功率为

$$p_{\text{吸}} = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 = \frac{i^2}{G} \quad (1-3)$$

电阻 R 、电导 G 是正实常数, 所以 $p_{\text{吸}} \geq 0$, 说明任何时刻电阻元件绝不可能发出电能。它吸收(消耗)的电能全部转变成热能。线性电阻元件($R > 0$)是无源元件。

从 t_0 到 t 时间内, 电阻元件产生的热量为

$$Q = \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi \quad (\text{J})$$

电阻参数随时间变化的电阻元件称为线性时变电阻元件, 其电路符号及伏安特性如图 1-12(a)、(b)所示, 表达式为

$$u = R(t)i$$

由上式可知,时变电阻元件的伏安特性是随时间改变的。

开路(open circuit)与**短路(short circuit)**可看做两个特殊的线性电阻元件($R=\infty$, $R=0$)。开路情况如图 1-13(a)所示,其伏安特性与 u 轴重合,如图 1-13(b)所示,即不论 u 为何值 i 总为零,其表达式为

$$f(u, i) = i = 0, \quad \text{对任意 } u \quad (1-4)$$

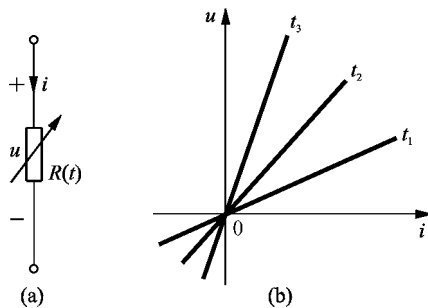


图 1-12 线性时变电阻及其伏安特性

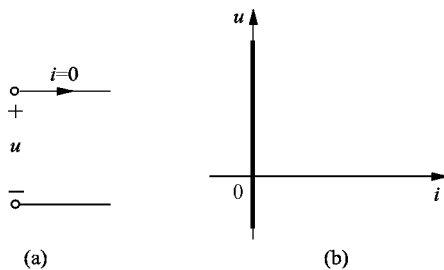


图 1-13 $R=\infty$ 的电阻元件的伏安特性

由图 1-13 可知,电阻 $R=u/i=u/0=\infty$,或电导 $G=0$ 。短路情况如图 1-14(a)所示,其伏安特性与 i 轴重合,如图 1-14(b)所示,不论 i 为何值, u 总为零。其表达式为

$$f(u, i) = u = 0, \quad \text{对任意 } i \quad (1-5)$$

由图 1-14 可知,它的电阻 $R=u/i=0/i=0$,或电导 $G=\infty$ 。

今后为了叙述方便,把线性电阻元件简称为电阻。这样,“电阻”这个术语及其相应的符号 R 一方面表示一个电阻元件,同时也表示此元件的参数。

非线性电阻元件的电压和电流之间的关系不是线性函数(不服从欧姆定律),它的伏安特性或是通过原点的曲线,或是不通过原点的曲线(或直线)。

值得指出的是,有些非线性电阻元件的伏安特性还与电压或电流的方向有关。也就是说,当元件两端的电压方向不同时,流过它的电流不同,即 $u-i$ 平面上的伏安特性第一象限内的曲线与第三象限内的曲线不是关于原点对称的,称为非双向性元件。而线性电阻元件的伏安特性则与电压或电流的方向无关,因此线性电阻元件是双向性元件。实际电阻器件,如电阻器、电炉、电烙铁等,它们的伏安特性曲线或多或少都是非线性的。但在一定条件下这些器件(特别是金属膜电阻器、线绕电阻器等)的伏安特性近似为一条过原点的直线,用线性电阻元件作为它们的电路模型可以得出令人满意的结果。

实际电阻器件除了标注电阻值外,还标注额定功率。使用电阻器件时,电阻器件吸收的功率应小于额定功率。

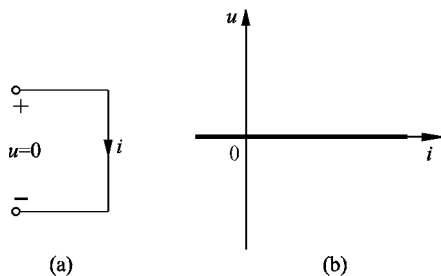


图 1-14 $R=0$ 的电阻元件的伏安特性

1.5 电容元件

工程中电容器应用极为广泛。电容器虽然品种规格繁多,但就其构成原理来说,都是由两块金属极板中间隔着某种介质所组成。加上电压后,两极板上分别聚集起等量异性的电荷,在介质中建立起电场,并储存有电场能量。电源移去后,电荷可以继续聚集在极板上,电场继续存在,所以电容器是一种能够储存电场能量的实际器件。**电容元件 (capacitor)**是实际电容器的理想化模型。

线性电容元件在电路中的符号如图 1-15(a)所示。图中 $+q$ 和 $-q$ (q 是代数量),是该元件正极板和负极板上的电荷量。当然,极板的正、负是任意指定的。若电容元件上电压的参考方向规定由正极板指向负极板,则任何时刻正极板上的电荷 q 与其两端的电压 u 有下列关系:

$$q = Cu \quad (1-6)$$

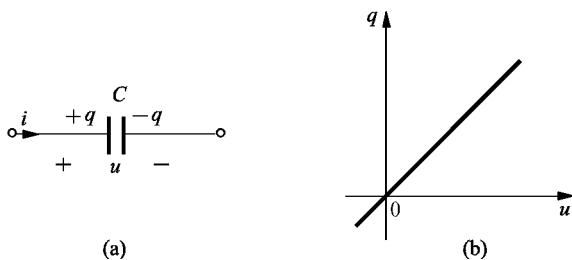


图 1-15 线性电容元件的符号及其库伏特性

式中 C 称为该元件的电容,是一个正实常数。

在 SI 单位制中,电荷 q 的单位是库[仑](C),电容 C 的单位是法[拉](F)。实际电容器的电容往往比 1F 小得多,通常采用微法(μF)和皮法(pF)作为单位,它们的换算关系如下:

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}, \quad 1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$$

如果把电容元件的电荷 q 取为纵坐标(或横坐标),电压 u 取为横坐标(或纵坐标),画出电荷与电压的关系曲线,该曲线称为电容元件的库伏特性。线性电容元件的库伏特性是通过 u - q (或 q - u)平面上坐标原点的一条直线,如图 1-15(b)所示。

当极板间电压 u 变化时,极板上电荷也随之改变,于是在电容电路中出现电流(极板之间的介质中是位移电流,极板外的导线中是传导电流,两者是连续的)。如果指定电流的参考方向为流进正极板,亦即与电压 u 为关联方向,则电流

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-7)$$

把式(1-6)代入,得

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-8)$$

式(1-8)是线性电容的 VCR,是在 u 、 i 参考方向一致的情况下得到的。该式说明:线性电

容元件的电流与该时刻电压的变化率成正比。当电压不随时间变化时电流为零,电容元件相当于开路,所以电容元件有隔断直流(简称隔直)的作用。

线性电容元件的电压 u 和电流 i 之间的关系也可用积分形式表示,即

$$u(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-9)$$

或写成

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \quad (1-10)$$

式中 $u(t_0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi = \frac{q(t_0)}{C}$, 是在初始时刻 t_0 电容上的电压,称为初始电容电压或电容电压的初始值。一般取 $t_0=0$, 于是式(1-10)又可写成

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \quad (1-11)$$

从上式可见,在任何时刻 t , 电容元件的电压 $u(t)$ 与初始值 $u(0)$ 以及从 0 到 t 的所有电流值有关,所以电容元件是一种记忆元件。

在电压和电流取关联方向时,电容元件吸收的功率为

$$p_{\text{吸}} = ui = Cu \frac{du}{dt}$$

从 t_1 到 t_2 时间内元件吸收的电能为

$$\begin{aligned} w_C(t_1, t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) i(\xi) d\xi \\ &= \int_{t_1}^{t_2} Cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u(\xi) du(\xi) \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t_2) - \frac{1}{2} Cu^2(t_1) \\ &= w_C(t_2) - w_C(t_1) \end{aligned}$$

电容元件在任何时刻所储存的电场能量为

$$w_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t)$$

元件在 t_1 到 t_2 时间内吸收的电场能量等于元件在 t_2 和 t_1 时刻的电场能量之差。

当电压的绝对值 $|u|$ 增加时, $w_C(t_2) > w_C(t_1)$, $w_C > 0$, 元件吸收能量,且全部转变为电场能;当电压 $|u|$ 减小时, $w_C(t_2) < w_C(t_1)$, $w_C < 0$, 元件将电场能量释放出来并转变成电能。可见它并不把吸收的能量消耗掉,而是以电场能量的形式储存起来,所以电容元件是一种储能元件。由于它不会释放出多于它所吸收或储存的能量,因此它是一种无源元件。

如果电容元件的库伏特性在 $u-q$ 平面上不是通过原点的直线,此元件称为非线性电容元件。如电容元件的库伏特性不随时间改变,则称为非时变电容元件。

今后为了叙述方便,把线性电容元件简称为电容,所以“电容”这个术语及其相应的符号 C 一方面表示一个电容元件,另一方面也表示这个元件的参数。

电容器是为了获得一定大小的电容而特意制成的,一般情况下电容器的电路模型用

电容元件即可。在分析精度要求较高的情况下,还应考虑介质损耗和漏电流,其模型就应采用电容元件与电阻元件并联(或串联)形式。此外,电容效应在很多场合下是客观存在的,如一对架空输电线之间存在电容,晶体三极管的三个极之间也都存在电容,甚至一个线圈各线匝之间也都有电容(简称匝间电容),只是因为此电容很小,在电流和电压随时间变化不太快(频率较低)时,其电容效应可略去不计。

1.6 电感元件

电感元件(inductor)是实际线圈的理想化模型。假想它是由无阻导线绕制而成的线圈。线圈中通过电流 i 时,将产生磁通 Φ_L ,若磁通 Φ_L 与线圈的 N 匝都交链,则磁通链 $\psi_L = N\Phi_L$,如图 1-16 所示。

Φ_L 和 ψ_L 是由线圈本身的电流产生的,分别叫做自感磁通和自感磁通链。规定磁通 Φ_L 和磁通链 ψ_L 的参考方向与电流参考方向之间满足右手螺旋定则,在这种参考方向下,任何时刻线性电感元件的自感磁通链 ψ_L 与电流 i 是成正比的,即

$$\psi_L = Li \quad (1-12)$$

式中 L 称为该元件的自感或电感,是一个正实常数。

在 SI 单位制中,磁通和磁通链的单位是韦[伯](Wb),自感的单位是亨[利](H)。

线性电感元件在电路中的图形符号如图 1-17(a)所示。

电感元件的特性是由 i - ψ_L (或 ψ_L - i)平面上的曲线表征的,该曲线称为元件的韦安特性。线性电感元件的韦安特性是通过坐标原点的一条直线,如图 1-17(b)所示。

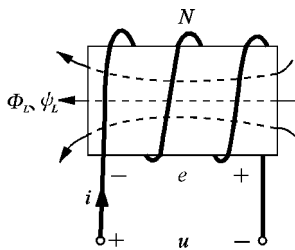


图 1-16 线圈

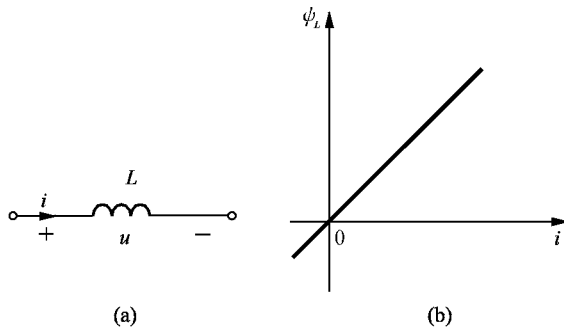


图 1-17 线性电感元件的符号及其韦安特性

在电压 u 和电流 i 取关联方向下, u 的参考方向与 ψ_L 的参考方向之间也满足右手螺旋定则,见图 1-16。由法拉第电磁感应定律知,电感元件两端的感应电压为

$$u = \frac{d\psi_L}{dt} \quad (1-13)$$

将式(1-12)代入,即得电感元件电压与电流的关系式

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (1-14)$$

注意上式中 u 、 i 是采用的关联方向。

楞次定律指出：线圈中磁通变化引起的感应电动势其方向总是企图产生感应电流来阻止磁通变化。如果所指定的电动势的参考方向(定义为参考低电位点指向参考高电位点)与电流 i 的参考方向相同(见图 1-16),则由以上陈述可得

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (1-15)$$

而电压的参考方向定义为参考高电位点指向参考低电位点。于是,如果选择电压 u 和电流 i 的参考方向相同(关联方向),则有

$$u = -e = L \frac{di}{dt} \quad (1-16)$$

因此,式(1-16)亦即式(1-14)是满足楞次定律的。

式(1-14)是线性电感元件的 VCR。该式说明,任何时刻线性电感元件上的电压与该时刻电流的变化率成正比。当电流不随时间变化时电压为零,这时电感元件相当于短路,所以在直流稳态下,即电流恒定不变时,电感元件相当于短路。

电感元件的 VCR 也可用积分形式表示,对式(1-14)取积分可得

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\xi) d\xi \quad (1-17)$$

或写成

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \quad (1-18)$$

式中 $i(t_0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u(\xi) d\xi = \frac{\psi_L(t_0)}{L}$, 是初始时刻 t_0 电感元件中的电流,称为初始电流或电感电流的初始值。一般也取 $t_0=0$,则式(1-18)又可写为

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\xi) d\xi \quad (1-19)$$

上式指出：在任何时刻 t , 电感元件中的电流 $i(t)$ 与初始值 $i(0)$ 以及从 0 到 t 的所有电压值有关,所以电感元件也是一种记忆元件。

在电压、电流取关联方向时,电感元件吸收的功率为

$$p_{\text{吸}} = ui = Li \frac{di}{dt}$$

从 t_1 到 t_2 时间内元件吸收的电能为

$$\begin{aligned} w_L(t_1, t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) i(\xi) d\xi \\ &= \int_{t_1}^{t_2} Li(\xi) \frac{di(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= L \int_{i(t_1)}^{i(t_2)} i(\xi) di(\xi) \\ &= \frac{1}{2} Li^2(t_2) - \frac{1}{2} Li^2(t_1) \end{aligned}$$

电感元件在任何时刻 t 所储存的**磁场能量(energy of magnetic field)**为

$$w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

元件在 t_1 到 t_2 时间内吸收的电能等于元件在 t_2 和 t_1 时刻的磁场能量之差。

$$w_L = w_L(t_2) - w_L(t_1)$$

当电流的绝对值 $|i|$ 增加时, $w_L(t_2) > w_L(t_1)$, $w_L > 0$, 元件吸收能量并全部转变成磁场能量; 电流 $|i|$ 减少时, $w_L(t_2) < w_L(t_1)$, $w_L < 0$, 元件将磁场能量释放出来转变成电能。可见它并不把吸收的能量消耗掉, 而是以磁场能量的形式储存起来, 所以电感元件是一种储能元件。由于它不会释放出多于它所吸收或储存的能量, 因此它也是一种无源元件。

空心线圈可以用线性电感元件来表征其储存磁场能量的特性。由于空心线圈的电感量一般不大, 而线圈导线电阻的损耗有时并不可忽略, 所以常用线性电阻元件和线性电感元件的串联组合作为它的模型。

非线性电感元件的韦安特性不是通过 $i\psi$ 坐标原点的直线。非线性电感元件的典型例子就是具有铁心的线圈。在线圈中放入铁心后, 电感量虽然明显增大, 但一般说来电感就不再是常数。如果铁心中含有较大的空气隙, 或者在铁磁材料的非饱和状态下工作, 韦安特性仍近似是线性的, 在这种情况下, 铁心线圈可以当做线性电感元件来处理。

如果电感元件的韦安特性不随时间改变, 则称为非时变电感元件。

以后为了叙述方便, 把线性电感元件简称为电感, 所以“电感”这个术语及相应的符号 L , 一方面表示一个电感元件的名称, 另一方面也表示这个元件的参数。

例 1-2 图 1-18(a) 所示电感元件上的电压波形如图 1-18(b)。试求电流 i_L 并画出其波形。设 $i_L(0) = 0$ 。

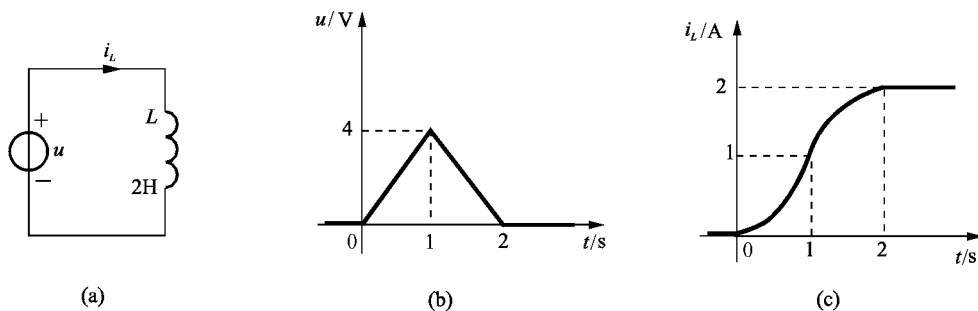


图 1-18 例 1-2 图

解 根据式(1-18), 用积分方法求 i 的函数表达式。由于电压波形不能用一个函数描述, 积分须分段进行。

当 $0 < t \leq 1\text{s}$ 时,

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u d\xi = 0 + \frac{1}{2} \int_0^t 4\xi d\xi = t^2 \text{ A}$$

$$i_L(1) = 1 \text{ A}$$

当 $1 < t \leq 2\text{s}$ 时,

$$i_L(t) = i_L(1) + \frac{1}{L} \int_1^t u d\xi = 1 + \frac{1}{2} \int_1^t (8 - 4\xi) d\xi = (-t^2 + 4t - 2) \text{ A}$$

$$i_L(2) = 2 \text{ A}$$

当 $t > 2\text{s}$ 时,

$$i_L(t) = 2\text{A}$$

即

$$i_L(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ t^2 & (0 < t \leq 1\text{s}) \\ -t^2 + 4t - 2 & (1\text{s} < t \leq 2\text{s}) \\ 2 & (t > 2\text{s}) \end{cases}$$

$i_L(t)$ 的波形如图 1-18(c) 所示。

1.7 电压源和电流源

本节介绍的电压源和电流源是独立电压源与独立电流源的简称。加“独立”二字是为了与以后介绍的非独立电源相区别。

电压源(voltage source)和**电流源(current source)**是有源元件。

电压源是一种理想的有源二端元件,元件的电压保持为某给定的时间函数,而与通过它的电流无关。也就是说,它有如下两个特点:

- (1) 元件的电压不会因为它所联接的外电路不同而改变;
- (2) 元件中的电流则与它联接的外电路有关。

电压源在电路中的图形符号如图 1-19(a) 所示,其中 u_S 为电压源的电压,而“+”、“-”号则是其参考极性。如果电压源的电压 u_S 为常数,即 $u_S = U_S$ 为常数,这种电压源称为直流电压源。直流电压源还可以用图 1-19(b) 的符号来表示,长线段表示电压源的高电位端,短线段表示低电位端。图 1-19(b) 也是用来表示电池的图形符号。

图 1-20 所示为直流电压源在整个时间范围内的波形曲线(简称波形)。

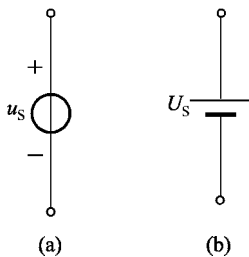


图 1-19 电压源

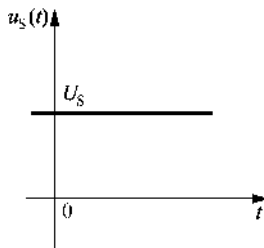


图 1-20 直流电压源波形曲线

图 1-21 所示为常见的典型电压波形,图(a)为正弦电压,图(b)为方波电压。

图 1-22 所示为直流电压源在 $i-u$ 平面上的伏安特性,它是一条与电流轴平行的直线。对于一般电压源,其伏安特性如图 1-23 所示,图中 $u_S(t_1)$ 、 $u_S(t_2)$ 、 $u_S(t_3)$ 、 $\dots$ 为 u_S 在 t_1 、 t_2 、 t_3 、 $\dots$ 瞬间的值。

如果令一个电压源的电压 $u_S = 0$,它相当于短路,此电压源的伏安特性与 $i-u$ 平面上的电流轴重合。

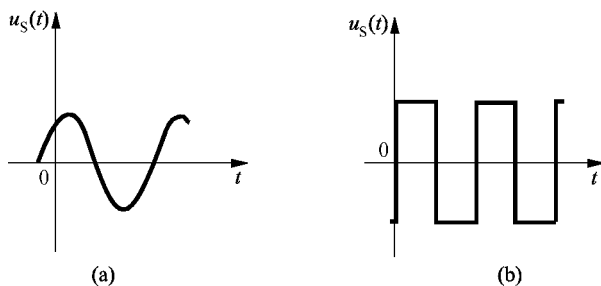


图 1-21 正弦电压和方波电压

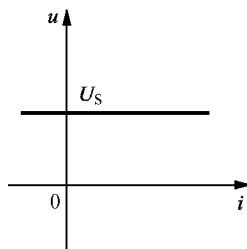


图 1-22 直流电压源的伏安特性

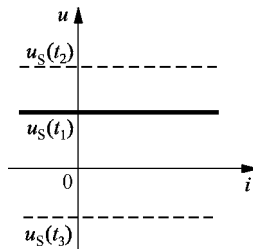


图 1-23 一般电压源的伏安特性

图 1-24 示出电压源的两个特点。图 1-24(a) 表示电压源没有接外电路(电压源处于开路), 此时 $i=0$, 电压源两端的电压为 u_s 。图 1-24(b) 表示电压源接有外电路, 电流 i 的大小及实际方向将随外电路的不同而不同, 但端电压 u 始终为 u_s 而不受外电路的影响。

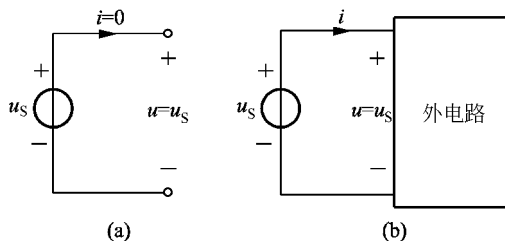


图 1-24 电压源的特点

当电压源开路时, $i=0$, 这时电压源既不发出功率也不吸收功率。当电压源接有外电路时, 由于电压源的电压是给定的, 但电流的大小及实际方向则与外电路有关。如果电压源的电压 u 及其电流 i 取非关联参考方向, 如图 1-24(b), 其功率为 $p_{\text{发}} = ui$ 。在这种情况下, 若 $p_{\text{发}} > 0$ 表示电压源发出功率, 其实际作用就是电源; 反之, $p_{\text{发}} < 0$, 则表示电压源吸收功率, 这时它起负载的作用。

实际的电压源, 如蓄电池、干电池、发电机等都有内阻。在进行电路分析时, 它们应采用电压源与电阻串联组合作为电路模型, 如图 1-25(a) 所示。正是由于内阻上的压降使其输出端电压会随着输出电流的增大而降低, 如图 1-25(b) 所示。

电流源也是一种理想的有源二端元件。与电压源相反, 通过电流源的电流与电压无关, 而总是保持为给定的时间函数。电流源的两个特点是:

- (1) 元件中的电流是固定的, 不会因为它所联接的外电路不同而改变;

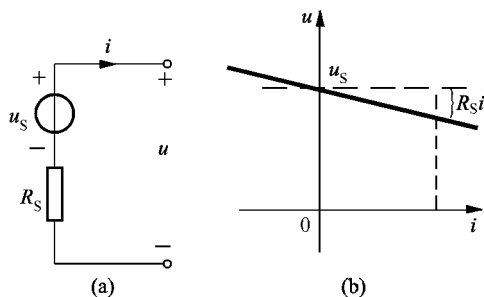


图 1-25 有内阻电压源及其伏安特性

(2) 元件的电压则与它所联接的外电路有关。

电流源在电路中的图形符号如图 1-26 所示, i_s 表示电流源的电流, 箭头所指的方向为 i_s 的参考方向。

如果电流源的电流 $i_s = I_s$ 为常数, 则称为直流电流源。它的伏安特性在 $i-u$ 平面上是一条与电压轴平行的直线, 如图 1-27 所示。对于一般电流源, 其伏安特性如图 1-28 所示。

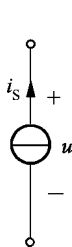


图 1-26 电流源

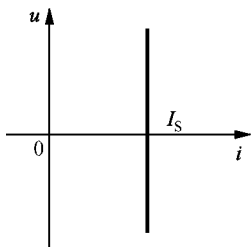


图 1-27 直流电流源的伏安特性

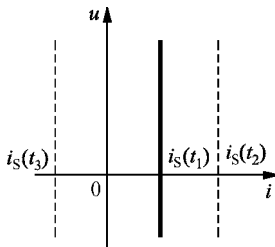


图 1-28 一般电流源的伏安特性

如果一个电流源的电流 $i_s = 0$, 则此电流源的伏安特性与 $i-u$ 平面上的电压轴重合, 它相当于开路。这一概念在以后的电路分析中是很有用的。

图 1-29 示出电流源的两个特点。图 1-29(a) 表示电流源处于短路, 此时电流源的端电压 $u = 0$, 而 $i = i_s$, 短路电流即为电流源的电流; 图 1-29(b) 表示电流源接有外电路, 电压 u 的大小及实际极性将随外电路不同而不同, 但电流始终为 i_s 而不受外电路的影响。

当电流源短路时, $u = 0$, 这时电流源既不发出功率, 也不吸收功率。当电流源接有外电路时, 由于电流源的电流是给定的, 但电压的大小及实际极性与外电路有关。如果电流源的电流和电压取非关联参考方向, 如图 1-29(b), 其功率为 $p_{\text{发}} = ui$ 。若 $p_{\text{发}} > 0$, 表示电流源发出功率; $p_{\text{发}} < 0$, 则表示电流源吸收功率。

光电管、光电池等器件的工作特性比较接近电流源。目前已有产生恒定电流的电子产品——稳流源, 它的特性很接近电流源。

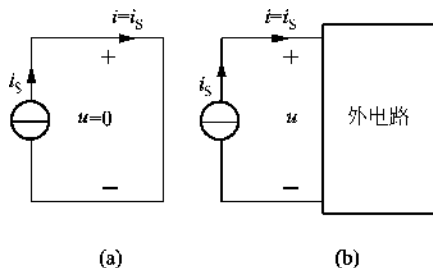


图 1-29 电流源的特点

1.8 受控源

前面讨论了几种典型的二端元件。本节和下节将讨论两种多端元件,它们是受控源(controlled source)和运算放大器。其他的多端元件将在以后陆续介绍。

在电路理论中,除了独立电源外,还引进受控源。由于受控电压源的电压和受控电流源的电流并不是给定的时间函数,而是受电路中某部分的电流或电压控制的,因此受控源又称为非独立电源。

根据控制量是电压还是电流,受控的是电压源还是电流源,受控源可分为四种。

1. 电压控制型电压源(voltage-controlled voltage source, VCVS),简称压控电压源,如图 1-30(a)所示。从 2-2' 两端看进去是一电压源,其电压受 1-1' 两端的电压控制。压控电压源的特性为

$$u_2 = \mu u_1 \quad (1-20)$$

2. 电压控制型电流源(VCCS),简称压控电流源,如图 1-30(b)所示。从 2-2' 两端看进去是一电流源,其电流受 1-1' 两端的电压控制。压控电流源的特性为

$$i_2 = g u_1 \quad (1-21)$$

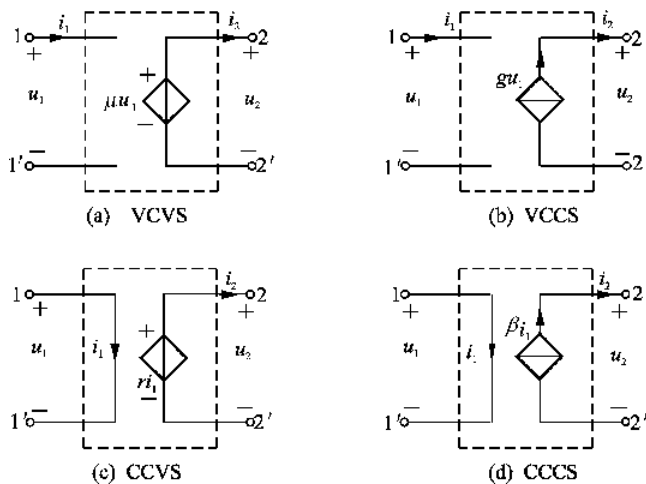


图 1-30 受控源

3. 电流控制型电压源(CCVS),简称流控电压源,如图 1-30(c)所示。从 2-2' 两端看进去是一电压源,其电压受 1-1' 端的电流控制。流控电压源的特性为

$$u_2 = r i_1 \quad (1-22)$$

4. 电流控制型电流源(CCCS),简称流控电流源,如图 1-30(d)所示。从 2-2' 端看进去是一电流源,其电流受 1-1' 端的电流控制。流控电流源的特性为

$$i_2 = \beta i_1 \quad (1-23)$$

图 1-30 中采用菱形符号表示受控电压源或受控电流源以便与独立源相区别,参考方向的表示方法与独立源相同。 μ 、 g 、 r 、 β 都是有关控制系数,其中 μ 和 β 无量纲, g 和 r

分别具有电导和电阻的量纲。当这些系数为常数时,被控制量与控制量成正比,这种受控源为线性受控源。本书只考虑线性受控源,常将“线性”二字略去。

图 1-30 中所示的四种受控源,控制量及受控源两对端子画在一起,标注得比较清楚。但在很多场合下,两者可能相距较远,而且不一定标出控制量所在处的端子,如控制电压为某元件的电压时,1-1'端子就不另外标出,这就要根据受控源旁标注的受控量中的控制量在电路中寻找。

必须指出,受控源与独立源有所不同。独立源在电路中起着激励的作用,因为有了它才能在电路中产生电流和电压(响应);而受控源则不同,它的电压或电流是受电路中其他电压或电流所控制的,当这些控制电压或电流为零时,受控源的电压或电流也就为零。因此,它只是反映电路中某处的电压或电流能控制另一处的电压或电流这一现象而已,本身并不起激励作用。

最后讨论受控源的功率。对于 1-1' 这对端子而言,不是 $u_1=0$,就是 $i_1=0$,所以 1-1' 端的 $p=0$,即既不吸收功率也不发出功率。2-2' 这对端子若接有电阻负载,只要受控源不为零,电阻将获得功率。如图 1-31 所示虚线框内为 VCVS,1-1' 端接在独立电压源 u_1 ,2-2' 端接电阻 R_L ,则

$$u_2 = \mu u_1$$

$$i_2 = \frac{u_2}{R_L}$$

电阻吸收的功率为

$$p_{2\text{吸}} = u_2 i_2 = \frac{u_2^2}{R_L} = \frac{(\mu u_1)^2}{R_L}$$

因为此时 1-1' 端的电流 $i_1=0$,独立源 u_1 没有功率输出,所以电阻吸收的功率是由受控电压源 μu_1 提供的。对其他几种受控源也可作类似的分析。可见受控源是一种有源元件。

常见电子器件(如电子管、晶体管和场效应管等)的电路模型往往要包含受控源元件。

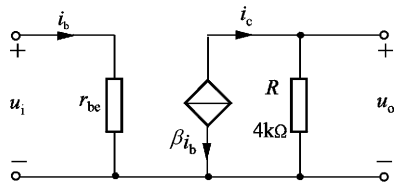


图 1-32 例 1-3 图

例 1-3 图 1-32 表示一个晶体管放大器的简单电路模型。设晶体管的输入电阻 $r_{be}=1\text{k}\Omega$,电流放大系数 $\beta=50$,试求输出电压与输入电压的比值(称为电压增益) $\frac{u_o}{u_i}$ 。

解 根据欧姆定律有

$$u_o = R i_c = R(-\beta i_b)$$

$$u_i = r_{be} i_b$$

故电压增益为

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-R\beta}{r_{be}} = \frac{-4 \times 10^3 \times 50}{10^3} = -200$$

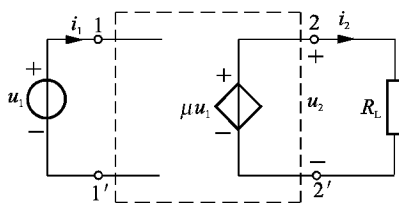


图 1-31 含受控源电路

1.9 运算放大器

运算放大器(operational amplifier)是目前应用非常广泛的一种有源多端器件,它是一种通用的电子集成模块,其特性与电压控制电压源类似。一般放大器的作用是把输入电压放大一定倍数后再输送出去,其输出电压与输入电压的比值称为电压放大倍数(或电压增益)。运算放大器则是一种增益很高(通常可达几万倍甚至上百万倍)的放大器,而且它能同时放大直流和一定频率的交流电压。用它可构成能完成积分、微分、加法等数学运算的电路,所以称为运算放大器,简称运放,不过它的应用远远超出这个范围。

运算放大器内部是一个由电阻、晶体管、电容和二极管等组成的复杂的电路,本书不讨论运放的内部电路,只把它看做是一个电路模块,研究其引脚处的电性能。

运算放大器有市场出售的各个系列的集成块,图 1-33 所示为典型的运放集成封装式样。一个典型的双列八引脚集成片(DIP)如图 1-34(a)所示,引脚 8 是不用的,引脚 1 和 5 一般不外接元件。5 个重要的引脚是:



图 1-33 典型的运算放大器

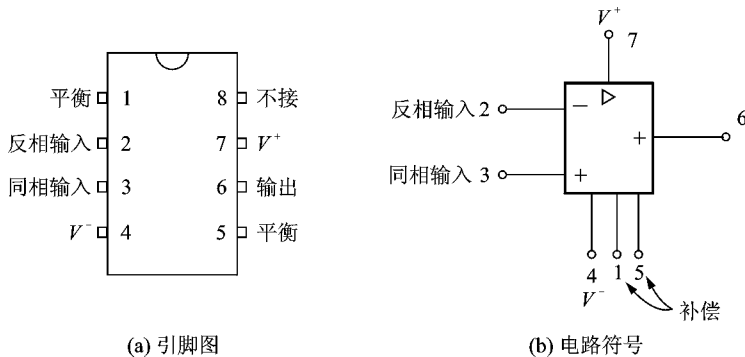


图 1-34 典型运放图

- (1) 反相输入端 2;
- (2) 同相输入端 3;
- (3) 输出端 6;
- (4) 正电源端(V^+)7;
- (5) 负电源端(V^-)4。

运算放大器的电路符号如图 1-34(b)所示,其中三角形“▷”表示“放大器”。运放有两个输入端和一个输出端。两个输入以负(−)和正(+)标记,分别指反相和同相输入。若输入加到同相端则输出与其相同极性的信号;若输入加到反相输入端,则输出与输入极性相反。电源端 V^+ 和 V^- 联接直流偏置电压。

作为一个有源元件,运算放大器必须有电压源赋以动力,以维持运放内部晶体管正常工作。 V^+ 端接正电压, V^- 端接负电压,这里电压的正、负是对“地”或公共端^①而言的,如

^① 公共端或“地”的电压(位)是零,它相当于电路中的参考节点。有关“地”的概念详见例 1-5 后的阐述。

图 1-35 所示。在电路图中,为简单起见,常常不画出运放的工作电源,故电路符号如图 1-36 所示。不过电源电流不应该被忽视。

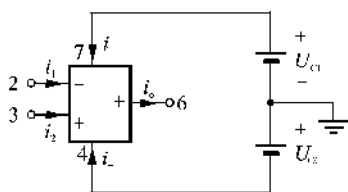


图 1-35 运算放大器的电源供给

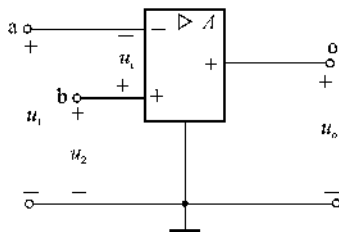


图 1-36 运算放大器

电压 $u_i = u_2 - u_1$ 为输入, u_o 为输出时有

$$u_o = Au_i = A(u_2 - u_1) \quad (1-24)$$

式中 A 称为运算放大器的开环增益。

由式(1-24)可以看出,图 1-36 所示运算放大器可以用电压控制电压源来模拟。若计及运算放大器的输入电阻 R_i 和输出电阻 R_o ,其模型将如图 1-37 所示。由于常用的运算放大器的输入电阻 R_i 很大,输出电阻 R_o 很小,开环增益 A 非常大,所以常把它看做理想的运算放大器,理想运算放大器的电路符号如图 1-38(a)所示,有时,为简化起见,可将接地的连接线省略掉,用图 1-38(b)所示的电路符号表示。^① 而不使用图 1-37 的模型。

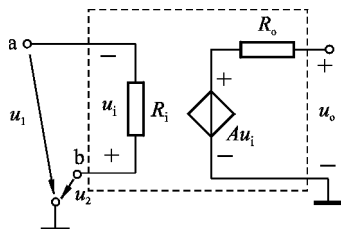


图 1-37 运算放大器的电路模型

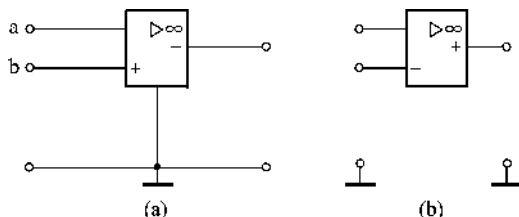


图 1-38 理想运算放大器电路符号

理想运算放大器是指有下列参数的放大器

$$\left. \begin{aligned} R_i &\rightarrow \infty \\ R_o &\rightarrow 0 \\ A &\rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

由于 $R_i \rightarrow \infty$, 所以输入端 a、b 均无电流, 即输入电流为零; 由于 $A \rightarrow \infty$ 而输出电压 u_o 为有限值, 由式(1-24)可见, 将有 $u_i = (u_2 - u_1) \rightarrow 0$, 即输入端 a、b 之间的电压 u_i 被强制为零, a、b 两点等电位。

综上所述,理想运放具有如下特征:

输入端无电流, 相当于断路, 但内部却是接通的, 所以称之为“虚断路”, 简称“虚断”。

输入端 a、b 等电位, 相当于短路, 但又无电流, 所以称之为“虚短路”, 简称“虚短”。

如果运放有一输入端接地, 如图 1-39 中 b 端接地, 即 b 点电位为零, 则根据“虚断”、“虚短”特性, 输入端 a 的电位也为零。这时称 a 点为“虚接地”, 简称“虚地”。

^① 目前有些运放产品的引出端中往往不存在公共端或接地端, 而接地端是通过偏置电源实现的, 如图 1-35 所示。