



第3章

数字控制器的设计与实现

一个控制系统的整体特性,既与被控对象的特性有关,也与控制器有关。而被控对象的特性是由其本身的工作环境、运行条件和功能目标所决定的,往往不能随意更改,只有通过改变控制器的特性,来影响整个系统的特性,从而满足系统的整体性能指标。控制系统的重要设计任务就是控制器的设计。

对离散采样控制系统来说,数字控制器的设计就是确定控制器的脉冲传递函数 $D(z)$ 。常见的方法有两种:一是根据对应连续系统的设计方法确定控制器的传递函数 $D(s)$,然后利用离散化方法求出近似的 $D(z)$;二是根据对象的脉冲传递函数 $G(z)$ 、给定输入信号的 $R(z)$ 以及系统的特性要求,确定系统广义闭环脉冲传递函数 $\Phi(z)$,然后求出控制器的脉冲传递函数 $D(z)$ 。前者称为近似设计方法,后者称为解析设计方法。

如何根据连续系统的传递函数 $D(s)$ 求出对应离散系统的脉冲传递函数 $D(z)$? 这就是离散化方法的任务,离散化方法有积分变换法、零极点匹配法和等效变换法之分。

由于不少系统对象的脉冲传递函数 $G(z)$ 难以获取,人们选用了一种适用性较好的控制器传递函数 $D(s)$,这就是 PID 控制。PID 控制是一种基于给定值与输出值之间偏差的比例、积分、微分的反馈控制,它是一种适用面广、历史悠久的控制规律,在计算机离散采样控制系统中得到了广泛应用。数字 PID 控制就是结合计算机逻辑运算的特点来实现的 PID 控制。数字 PID 控制器的脉冲传递函数 $D(z)$ 可通过离散化方法,由连续系统的 $D(s)$ 求得。然而,数字 PID 控制器的 $D(z)$ 不仅仅是连续系统 PID 控制器 $D(s)$ 的简单近似,而且还可以进行多种优化。

最少拍随动控制系统的设计是一种解析设计方法,其设计目标就是使系统的输出以最快的响应速度跟踪随机变化的输入信号,而最少拍无纹波随动系统不仅是追求快的响应速度,还要兼顾控制器的输出没有纹波,以达到更好的控制质量。

最终如何实现由近似设计方法或解析设计方法得到控制器的 $D(z)$ 呢? 除了可用硬件来实现 $D(z)$ 外, 更普遍的办法是利用计算机软件, 通过迭代法求解差分方程来实现 $D(z)$ 。由 $D(z)$ 可得到相应的实现控制方框图、差分方程, 按照状态空间描述方法也可得到相应的状态方程和输出方程。对高阶的 $D(z)$, 可通过串行或并行实现来减少由于系数误差对系统性能造成的影响。

本章首先给出数字控制器的设计方法, 分析几种离散化方法的原理和特点, 接着介绍数字 PID 控制器的基本算式、优化措施和整定方法, 然后介绍属于解析设计方法的最少拍随动控制系统(包括最少拍无纹波随动控制系统)的设计方法, 最后介绍控制器算法的实现方法。

3.1 数字控制器的设计方法

3.1.1 近似设计法

根据采样定理, 连续信号的控制系统可用离散采样控制系统来代替, 如图 3-1(a) 所示, 其中被控对象 $G(s)$ 可假定含有零阶保持器 ZOH。简化后可看成由控制器 $D(z)$ 与被控对象 $G(z)$ 组成的反馈控制系统, 见图 3-1(b)。离散采样控制系统的广义闭环传递函数为 $\Phi(z)$, 如图 3-1(c) 所示。

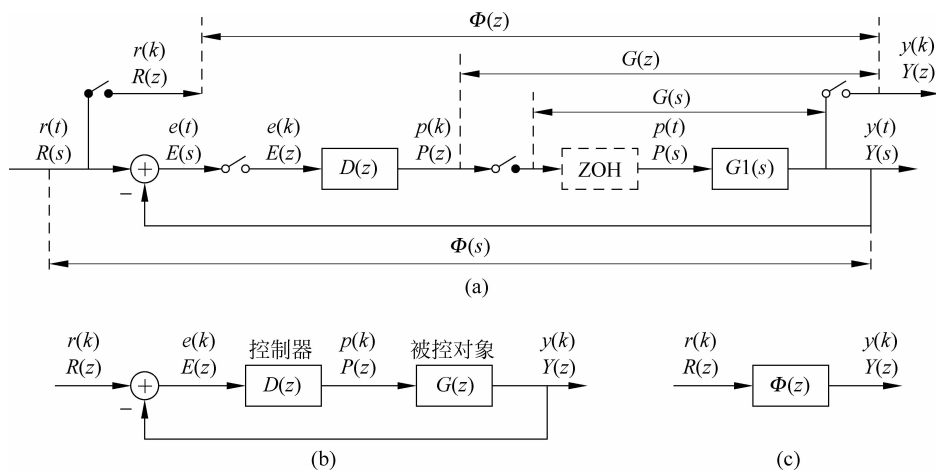


图 3-1 离散采样控制系统框图

近似设计法是建立在连续系统的 $D(s)$ 基础上的, 因此也称模拟设计法、间接设计法。数字控制器 $D(z)$ 的近似设计过程如下:

(1) 选择合适的采样频率, 考虑零阶保持器 ZOH 的相位滞后, 根据系统的性能指标和连续域设计方法, 设计控制器的传递函数 $D(s)$ 。

(2) 选择合适的离散化方法, 将 $D(s)$ 离散化, 获得数字控制器的脉冲传递函数 $D(z)$, 使两者性能尽量等效。

(3) 检验计算机控制系统闭环性能。若不满意, 可进行优化, 选择更合适的离散化方

法、提高采样频率。必要时,可增加稳定裕度(相对稳定程度的参数)等参数,重新修正连续域的 $D(s)$ 后,再离散化。

(4) 对 $D(z)$ 满意后,将其变为数字算法,在计算机上编程实现。

3.1.2 解析设计法

设离散系统结构如图 3-1(b)所示。则与连续系统中 $\Phi(z)$ 与 $G(z)$ 关系式(2-21)和式(2-22)类似,有公式

$$\Phi(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{D(z) \cdot G(z)}{1 + D(z) \cdot G(z)} \quad (3-1)$$

$$D(z) = \frac{P(z)}{E(z)} = \frac{\Phi(z)}{G(z) \cdot [1 - \Phi(z)]} \quad (3-2)$$

解析设计法与连续系统的 $D(s)$ 没有直接联系,它根据系统的 $G(z)$ 、 $\Phi(z)$ 以及输入 $R(z)$ 来直接确定 $D(z)$,因此也称精确设计法、直接设计法。数字控制器 $D(z)$ 的解析设计过程如下:

- (1) 根据系统的 $G(z)$ 、输入 $R(z)$ 及主要性能指标,选择合适的采样频率;
- (2) 根据 $D(z)$ 的可行性,确定闭环传递函数 $\Phi(z)$;
- (3) 由 $\Phi(z)$ 、 $G(z)$,根据式(3-2)确定 $D(z)$;
- (4) 分析各点波形,检验计算机控制系统闭环性能。若不满意,重新修正 $\Phi(z)$;
- (5) 对 $D(z)$ 满意后,将其变为数字算法,在计算机上编程实现。

最后需要说明:上述两种方法都是基于离散采样控制系统对连续信号对象的控制,而对顺序控制、数值控制、模糊控制等,其控制器的设计需要采用其他的设计方法,如基于有限自动机模型的顺序控制器设计、基于连续路径直线圆弧插值的数值控制器设计、基于模糊集合和模糊运算的模糊控制器的设计等。

3.2 离散化方法

如果已知一个连续系统控制器的传递函数 $D(s)$,根据采样定理,只要有足够小的采样周期,总可找到一个近似的离散控制器 $D(z)$ 来代替 $D(s)$ 。对一个连续系统中的被控对象 $G(s)$,也可用一个近似的 $G(z)$ 来仿真 $G(s)$ 的特性。

有许多成熟的方法,可根据系统的 $G(s)$ 、 $\Phi(s)$ 等要求设计出 $D(s)$,由此求出近似的 $D(z)$,就可由计算机来实现 $D(z)$ 。

由 $D(s)$ 求出 $D(z)$ 的方法有多种,如积分变换法、零极点匹配法和等效变换法,下面分别介绍这些方法,并以数值积分法为重点。

3.2.1 积分变换法

积分变换法是基于数值积分的原理,因此也称数值积分法。积分变换法又分为矩形变

换法和梯形变换法,矩形变换法又分为向后差分法或后向差分法、向前差分法或前向差分法。

1. 向后差分法

设某控制器的输出 $p(t)$ 是输入 $e(t)$ 对时间的积分,即有如下关系式

$$P(t) = \int_0^t e(\tau) dt, \quad \text{或} \quad \frac{dp(t)}{dt} = e(t), \quad dp(t) = e(t) dt$$

$e(t)$ 的波形如图 3-2 所示。假定在 $(k-1)T$ 、 kT 时刻的输入 $e(t)$ 分别记为 $e(k-1)$ 、 $e(k)$, 输出 $p(t)$ 分别记为 $p(k-1)$ 、 $p(k)$, 则有

$$p(k) = \int_0^{kT} e(t) dt = \int_0^{(k-1)T} e(t) dt + \int_{(k-1)T}^{kT} e(t) dt = p(k-1) + \int_{(k-1)T}^{kT} e(t) dt$$

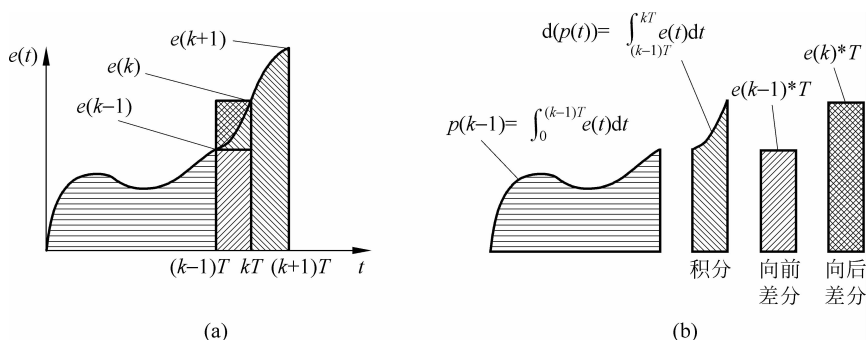


图 3-2 矩形变换法示意图

如用矩形面积近似增量的积分面积 $d(p(k))$, 则有

$$d(p(k)) = \int_{(k-1)T}^{kT} e(t) dt = p(k) - p(k-1) \approx e(k-1) \cdot T \quad (\text{采用向前差分})$$

或

$$d(p(k)) = \int_{(k-1)T}^{kT} e(t) dt = p(k) - p(k-1) \approx e(k) \cdot T \quad (\text{采用向后差分})$$

考虑到向前差分性能较差, 实际常采用向后差分, $p(k)$ 的向后差分关系式为

$$p(k) - p(k-1) \approx e(k) \cdot T$$

经 z 变换后, 有

$$P(z) - z^{-1}P(z) = E(z) \cdot T$$

$$D(z) = \frac{P(z)}{E(z)} = \frac{T}{1 - z^{-1}}$$

对照相应连续系统的传递函数 $D(s)$ 有

$$D(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = \frac{1}{s}$$

可得变换式

$$s \rightarrow \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

由此可根据 $D(s)$ 求出 $D(z)$

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} \quad (3-3)$$

式(3-3)就是向后差分法的变换公式。

例 3-1 已知 $D(s) = \frac{1/2}{s(s+1/2)}$, 试用向后差分法求 $D(z)$ 。

解

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{1/2}{\frac{1-z^{-1}}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{T} + 1/2 \right)} = \frac{T^2}{2(1-z^{-1}) + (1-z^{-1}) \times T}$$

向后差分法的特点有:

(1) 若 $D(s)$ 稳定, 则 $D(z)$ 一定稳定, s 平面与 z 平面的对应映射如图 3-3 所示。但向前差分法不具有这一特点;

(2) 变换前后, 稳态增益不变;

(3) 与 $D(s)$ 相比, 离散后控制器 $D(z)$ 的时间响应与频率响应, 有相当大的畸变。只有当 T 足够小时, $D(z)$ 才与 $D(s)$ 性能接近。

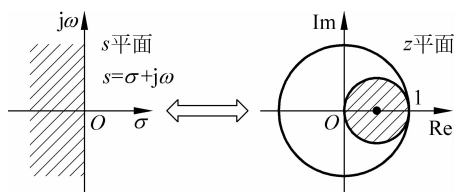


图 3-3 向后差分法 s 平面与 z 平面
对应的映射

2. 梯形变换法(双线性变换法、突斯汀-Tustin 变换法)

从向后差分法可看出, 积分面积是用矩形来近似的, 如能用梯形来近似, 效果则更好, 如图 3-4 所示。

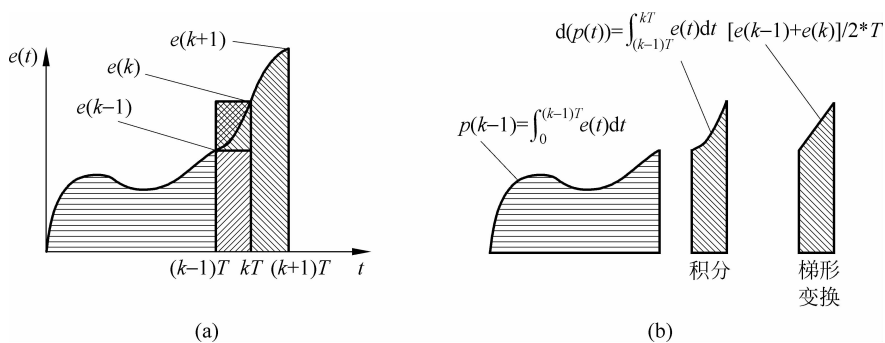


图 3-4 梯形变换法示意图

如用梯形面积近似增量的积分面积 $d(p(k))$, 则有

$$p(k) - p(k-1) \approx [e(k-1) + e(k)]/2 \cdot T$$

经 z 变换后, 有

$$P(z) - z^{-1}P(z) = \frac{T}{2}(1 + z^{-1})E(z)$$

$$D(z) = \frac{P(z)}{E(z)} = \frac{T}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

对照相应连续系统的传递函数 $D(s)$, 可得变换式

$$s \rightarrow \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (3-4)$$

由此可根据 $D(s)$ 求出 $D(z)$

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \quad (3-5)$$

式(3-5)就是梯形变换法的变换公式。

例 3-2 已知 $D(s) = \frac{1/2}{s(s+1/2)}$, 试用梯形变换法求 $D(z)$ 。

解

$$\begin{aligned}
 D(z) &= D(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \\
 &= \frac{1/2}{\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \left(\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 1/2 \right)} \\
 &= \frac{T^2 \cdot (1+z^{-1})^2}{8 \cdot (1-z^{-1})^2 + 2 \cdot (1-z^{-1}) \cdot T \cdot (1+z^{-1})} \\
 &= \frac{T^2 (1+z^{-1})^2}{2 \cdot (1-z^{-1}) \cdot (4 \cdot (1-z^{-1}) + T \cdot (1+z^{-1}))} \\
 &= \frac{T^2 \cdot (1+z^{-1})^2}{2 \cdot (1-z^{-1}) \cdot (4+T+(T-4) \cdot z^{-1})} \\
 &= \frac{T^2 + 2 \cdot T^2 \cdot z^{-1} + T^2 \cdot z^{-2}}{8 + 2 \cdot T - 16 \cdot z^{-1} + (8 - 2 \cdot T) \cdot z^{-2}}
 \end{aligned}$$

梯形变换法的特点有:

(1) 若 $D(s)$ 稳定, 则 $D(z)$ 一定稳定, s 平面与 z 平面对应的映射见图 3-5。

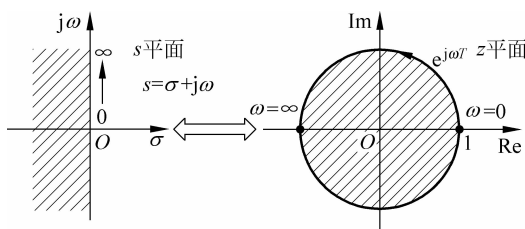


图 3-5 梯形变换法 s 平面与 z 平面对应的映射

(2) 变换前后, 稳态增益不变。

(3) 双线性变换的一对一映射, 保证了离散频率特性不产生频率混叠现象; 与 $D(s)$ 相比, 离散后控制器 $D(z)$ 的频率响应在高频段有一定的畸变, 但可采用预校正办法来弥补。

(4) $D(z)$ 性能与 $D(s)$ 较接近, 但变换公式较复杂。

为保证在角频率 $\omega 1$ 处, $D(z)$ 与 $D(s)$ 有相同的增益, 即 $D(e^{j\omega 1 T}) = D(j\omega 1)$, 可采用频率预校正公式, 即用式(3-6)取代变换式(3-4)

$$s \rightarrow \frac{\omega 1}{\tan\left(\omega 1 \frac{T}{2}\right)} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (3-6)$$

3.2.2 零极点匹配法

零极点匹配法的原理就是使 $D(z)$ 与 $D(s)$ 有相似的零极点分布, 从而获得近似的系统特性。设 $D(s)$ 有如下形式

$$D(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = k \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^n (s + p_j)}, \quad (n \geq m)$$

按下面的变换式转换零点和极点

$$(s + z_i) \rightarrow (z - e^{-z_i T}) \quad \text{或} \quad (1 - e^{-z_i T} z^{-1})$$

$$(s + p_j) \rightarrow (z - e^{-p_j T}) \quad \text{或} \quad (1 - e^{-p_j T} z^{-1})$$

若分子阶次 m 小于分母阶次 n , 离散变换时, 在 $D(z)$ 分子上加 $(z+1)^{n-m}$ 因子, 得到的 $D(z)$ 表达式如下

$$D(z) = K1 \frac{\prod_{i=1}^m (z - e^{-z_i T})}{\prod_{j=1}^n (z - e^{-p_j T})} (z+1)^{n-m} \quad (3-7)$$

式(3-7)是零极点匹配法的主要变换公式。为保证在特定的频率处有相同的增益, 需要匹配 $D(z)$ 中的 $K1$, 为保证 $D(z)$ 与 $D(s)$ 在低频段有相同的增益, 确定 $D(z)$ 增益 $K1$ 的匹配公式有

$$D(s) \big|_{s=0} = D(z) \big|_{z=1}$$

高频段的匹配公式($D(s)$ 分子有 s 因子时)

$$D(s) \big|_{s=\infty} = D(z) \big|_{z=-1}$$

选择某关键频率处的幅频相等

$$D(s) \big|_{s=j\omega l} = D(z) \big|_{z=e^{j\omega l T}}$$

零极点匹配法的特点有:

- (1) 若 $D(s)$ 稳定, 则 $D(z)$ 一定稳定;
- (2) 有近似的系统特性, 能保证某处频率的增益相同;
- (3) 可防止频率混叠;
- (4) 需要对 $D(s)$ 分解为零极点形式, 有时分解不太方便。

3.2.3 等效变换法

等效变换法的原理是使 $D(z)$ 与 $D(s)$ 对系统的某种时域响应在每个 kT 采样时刻有相同的值, 具体变换方法有脉冲响应不变法 (z 变换法) 和阶跃响应不变法 (带保持器的等效保持法)。

1. 脉冲响应不变法(z 变换法)

脉冲响应不变法能保证离散系统的脉冲响应在 kT 时刻与连续系统的输出保持一致。在变换前, 将 $D(s)$ 写成如下形式

$$D(s) = \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{s + a_i}$$

则 $D(z)$ 对 $D(s)$ 的 z 变换公式如下

$$D(z) = \mathcal{Z}[D(s)] = \mathcal{Z}\left[\sum_{i=1}^m \frac{A_i}{s+a_i}\right] = \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{1 - e^{-a_i T} z^{-1}} \quad (3-8)$$

式(3-8)是脉冲响应不变法(z 变换法)的主要变换公式。

例 3-3 设某传递函数 $D(s)$ 如下, 试用脉冲响应不变法(z 变换法)求 $D(z)$ 。(设采样周期 $T=0.5\text{s}$)

$$D(s) = \frac{100}{s(s+1)(s+10)}$$

解 根据式(3-8)可得

$$\begin{aligned} D(z) &= \mathcal{Z}\left[\frac{100}{s(s+1)(s+10)}\right] = \mathcal{Z}\left[\left(\frac{10}{s} - \frac{100/9}{s+1} + \frac{10/9}{s+10}\right)\right] \\ &= \frac{10}{1-z^{-1}} - \frac{100/9}{1-e^{-T}z^{-1}} + \frac{10/9}{1-e^{-10T}z^{-1}} \\ &\approx \frac{10}{1-z^{-1}} - \frac{11.11}{1-0.6065z^{-1}} + \frac{1.11}{1-0.0067z^{-1}} \\ &\approx \frac{22.22 \cdot (1-0.8161 \cdot z^{-1}) \cdot (1-0.0435 \cdot z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.6065z^{-1})(1-0.0067z^{-1})} \\ &\approx \frac{22.22 - 19.1 \cdot z^{-1} + 0.7883 \cdot z^{-2}}{1 - 1.613 \cdot z^{-1} + 0.6173 \cdot z^{-2} - 0.0041 \cdot z^{-3}} \end{aligned}$$

2. 阶跃响应不变法(带保持器的等效保持法)

阶跃响应不变法能保证离散系统带保持器后的阶跃响应在 kT 时刻与连续系统的输出保持一致。假定在 $D(s)$ 之前有零阶保持器, 所以在进行 z 变换时需要考虑零阶保持器的传递函数(见式(2-23)), 变换公式有

$$D(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{1-e^{-sT}}{s} D(s)\right] = (1-z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\frac{D(s)}{s}\right] \quad (3-9)$$

式(3-9)是阶跃响应不变法(带零阶保持器的等效保持法)的主要变换公式。

例 3-4 设某传递函数 $D(s)$ 如下, 试用阶跃响应不变法(带零阶保持器的等效保持法)求 $D(z)$ 。(设采样周期 $T=0.5\text{s}$)

$$D(s) = \frac{100}{s(s+1)(s+10)}$$

解 根据式(3-9)有

$$\begin{aligned} D(z) &= \mathcal{Z}\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{100}{s(s+1)(s+10)}\right] = (1-z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\left(\frac{10}{s^2} - \frac{11}{s} + \frac{100/9}{1+s} - \frac{1/9}{10+s}\right)\right] \\ &= \frac{1-z^{-1}}{9} \left[\frac{90Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} - \frac{99}{1-z^{-1}} + \frac{100}{1-e^{-T}z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-10T}z^{-1}} \right] \\ &= \frac{0.7385z^{-1}(1+1.4815z^{-1})(1+0.05355z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.6065z^{-1})(1-0.0067z^{-1})} \end{aligned}$$

3.2.4 离散化方法比较

积分变换法、零极点匹配法和等效变换法都可保证, $D(s)$ 稳定时, $D(z)$ 也稳定, 但积分变换中的前向差分除外。

积分变换法中的后向差分变换简单易用；双线性变换（特别是有预校正的）得到 $D(z)$ 的频率特性与 $D(s)$ 接近；零极点匹配有较好的增益特性；等效变换法得到的 $D(z)$ 能保证脉冲响应或阶跃响应的采样点值与 $D(s)$ 一致，但增益和频率特性与 $D(s)$ 相差较大。

当采样周期 T 足够小时，或采样频率 f_s 远高于信号中最高频率分量 $f_{\max}$ （如 $f_s > 100f_{\max}$ ），各种方法无明显差别。

3.3 PID 控制

3.3.1 PID 控制的原理

PID 控制是适用面较广、历史较长、目前仍得到广泛应用的控制规律，主要用于连续变化的物理量如温度、流量、压力、水位、速度等的控制。

PID 控制是一种基于给定值与输出值之间偏差进行比例、积分、微分运算的反馈控制，其控制框图与一般的反馈控制系统类似，如图 3-6(a)所示。其中被控对象的传递函数为 $G(s)$ ，它同时包含了执行器的特性；控制器（也称调节器）的传递函数 $D(s)$ 由三个环节构成，分别是比例、积分和微分。由于工业上许多被控对象很难得到精确的传递函数 $G(s)$ ，因此控制器 $D(s)$ 也很难根据 $G(s)$ 求出。通过实际经验和理论分析，人们发现基于偏差的 PID 控制器对相当多的工业对象进行控制时能得到较满意的结果。

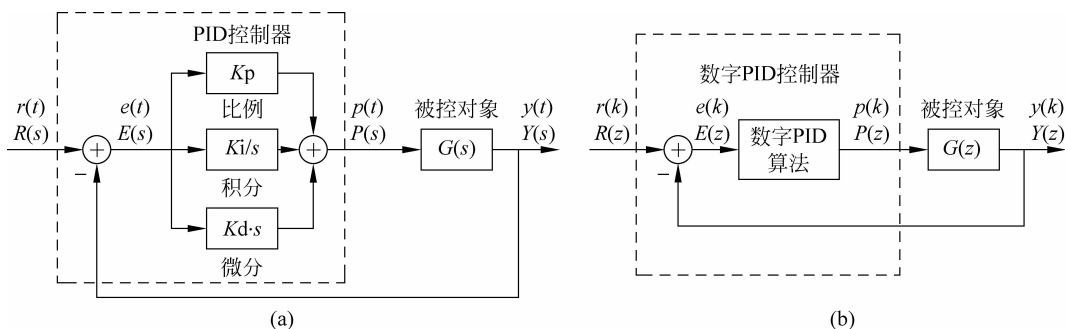


图 3-6 PID 控制框图

PID 控制器的微分方程描述为

$$p(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (3-10)$$

其中 K_p 为比例系数， T_i 为积分时间常数， T_d 为微分时间常数。

对式(3-10)进行拉氏变换可得 PID 控制器传递函数 $G(s)$ 。

$$D(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right] = \left[K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \right] \quad (3-11)$$

其中 $K_i = K_p / T_i$ 为积分系数， $K_d = K_p \cdot T_d$ 为微分系数。当 K_i 和 K_d 均为 0 时，称为 P 控制； K_d 为 0 时，称为 PI 控制； K_i 为 0 时，称为 PD 控制。

PID 控制器的参数主要是 K_p 、 T_i 和 T_d ，或 K_p 、 K_i 和 K_d ，调整这些参数的取值可适应不同的控制系统，对此需要了解这些参数对控制性能的影响。

比例系数 K_p 是控制器的主要参数,增大 K_p 可提高控制的灵敏度、加快调节速度、减小稳态误差,但 K_p 过大时,系统容易引起振荡,趋于不稳定状态。若 K_p 太小,则系统反应迟钝,稳态误差增大,另外,单靠增大 K_p 不能消除稳态误差。通常 K_p 的取值范围较大,在实际应用过程中,常用比例度 δ 表示。当采用统一的标准信号时,比例度 δ 是比例系数 K_p 的倒数,即 $\delta=1/K_p$ 。

积分时间常数 T_i 是消除系统稳态误差的关键, T_i 要与对象的时间常数相匹配, T_i 太小,容易诱发系统振荡,使系统不稳定; T_i 太大,则减小稳态误差的能力将削弱,系统的过渡过程会延长。

微分时间常数 T_d 的主要作用是加快系统的动态响应,既可以减少超调量,又可以减小调节时间。若 T_d 过大,则会引起系统的不稳定,另外,引入 T_d 后,系统受干扰的影响会增加。

PID 参数对控制性能的影响如表 3-1 所示,注意其中积分系数 $K_i=K_p/T_i$, K_i 与 T_i 成反比关系。由于 P 控制和 PD 控制不能消除稳态误差,工业上最常用的是 PI 控制和 PID 控制。

表 3-1 PID 参数对控制性能的影响

参 数	利	弊
$K_p(P)$	提高灵敏度、调节速度、稳态精度	引起振荡、不稳定
$K_i(I)$	消除系统稳态误差	诱发系统振荡、过渡过程会延长
$K_d(D)$	加快响应、减少超调量	引起系统的不稳定、易受干扰

3.3.2 数字 PID 控制算法

1. 数字 PID 控制器的基本算式

数字 PID 控制器是在模拟 PID 控制器上,通过数据采样、数字运算来实现的控制器,控制框图如图 3-6(b)所示。其中数字 PID 算法可以通过由模拟 PID 控制器的传递函数 $D(s)$ 经离散化而得到的脉冲传递函数 $D(z)$ 来实现,也可以在此基础上,采用多种改进的综合 PID 算法。

由模拟 PID 的 $D(s)$ 通过离散化方法可方便得到 $D(z)$ 。若采用积分变换法中的后向差分法,即对 PID 的传递函数表达式(3-11)按后向差分法的变换公式(3-3)代入可得

$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{P(z)}{E(z)} = K_p \left[1 + \frac{T}{T_i(1-z^{-1})} + \frac{T_d}{T}(1-z^{-1}) \right] \\
 &= K_p + K_i \frac{1}{(1-z^{-1})} + K_d(1-z^{-1}) \\
 &= K_p \frac{(1-z^{-1}) + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T}(1-z^{-1})^2}{(1-z^{-1})}
 \end{aligned}$$

式中, $K_i=K_p \cdot T/T_i$ 、 $K_d=K_p \cdot T_d/T$,与前面模拟 PID 的 $D(s)$ 稍有不同,它们含有了采样周期 T 。根据 $D(z)$ 容易得到相应的差分方程表示的算式,具体有位置式和增量式之分。