

1.1 综合评价相关概念

综合评价(comprehensive evaluation, CE),是一种常见的统计评价方法,被广泛地应用于经济、管理、工程等众多领域,并能对多个被评价对象给出优劣排序。它不仅是一种评价方法,而且是一个方法系统,也是对多指标进行综合评价的一系列有效方法的总称。它具有以下特点:评价包括若干指标,多个指标分别说明被评价对象的不同方面;评价方法最终要对被评价事物进行一个整体性的评判,用一个总指标来说明被评价事物的一般水平。

综合评价的研究对象通常是自然、社会、经济等领域中的同类事物(横向)或同一事物在不同时期的表现(纵向)。具体的综合评价一般表现为以下三类问题:

(1) 对研究事物进行分类。把多个具有相同或相近属性的事物归为一类,或对同一事物的不同时间段进行比较分类,有利于对客观事物进行科学的评价。比如,依据经济发展状况对我国各地区进行分类,有利于国家制定有关政策,促进我国经济稳定协调发展。

(2) 对上述问题的有序化,即在第一类问题的基础上对各小类按优劣排序。比如,对我国各地区按经济状况分类后再进一步明确哪些地区经济发展状况好,哪些地区经济发展状况不佳等,这将为宏观经济管理提供有用信息。

(3) 对某一事物进行整体性评价。当然,这种整体性评价也必须有参考系,否则无法进行评价。如果已经有一些同类事物的评价结果(即了解其综合表现情况),就称其为有训练的样本。这样,只需要将所评价对象与这些有训练的样本进行比较,用有训练的样本的先验信息对该对象进行评价即可。这在地质勘探、天气预报等领域有着广泛应用。

1.2 综合评价构成要素

综合评价的构成要素包括6个方面:评价者、评价对象、评价指标体系、指标权重、评价模型、评价结果。其中,确定评价指标体系、确定各指标权重、建立评价模型是综合评价的关键环节。

(1) 评价者。评价者可以是某个个人或团体。评价目的的给定、评价指标的建立、评价

模型的选择,权重的确定都与评价者有关。因此,评价者在评价过程中的作用是不可忽视的。

(2) 评价对象。评价对象是指同一个评价目的下客观事物所组成的集合。评价对象集合包含的元素个数必须多于一个,因为如果评价对象的集合只包含一个元素,就没有进行排序的必要。同时,评价对象要满足统计总体的特征,即同时具有同质性和差异性的特点,也就是说评价对象至少是同类事物,具有相同的比较基础,但至少在某一方面又存在不同,这样才有评价的可能。假定在同一评价目的下组成的评价对象用集合表示,则可记为 $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, $m > 1$, 其中, $s_j, j = 1, 2, \dots, m$ 为每一个评价对象。

(3) 评价指标体系。评价指标是根据研究的对象和目的,能够确定地反映研究对象某一方面情况的特征依据,每个评价指标都是从不同侧面刻画对象所具有的某种特征。所谓指标体系是指由一系列相互联系的指标所构成的整体,它们能根据研究的对象和目的,综合反映对象各个方面的情况。指标体系不仅受评价客体与评价目标的制约,而且也受评价主体价值观念的影响。若有 m 项评价指标,则可依次记为 $x_1, x_2, \dots, x_m$ ($m > 1$)。

(4) 指标权重。相对于某种评价目的来说,评价指标之间的相对重要性是不同的。评价指标之间的这种相对重要性的大小,可用权重来度量。若 ω_j 是评价指标 x_j 的权重,一般应有

$$\omega_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, m) \sum_{j=1}^m \omega_j = 1 \quad (1-1)$$

当评价对象和评价指标都给定时,综合评价的结果就依赖于权重了。权重确定的合理与否,直接关系综合评价结果的可信程度,因此,对权重的确定应特别谨慎。当然,现在有些模型在使用过程中省略了设定权重这一环节,并不是因为不用设定权重,而是在评价模型系统内部自带这一步骤,从而节省了评价者的劳动。

(5) 评价模型。是指通过一定的数学模型(或算法)将多个评价指标值“合成”为一个整体性的综合评价值。可用于“合成”的数学方法较多,问题在于我们如何根据评价目的(或准则)及被评价系统的特点来选择较为合适的合成方法。也就是说,在获得被评价对象的评价指标值 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$) 的基础上,如何选用或构造综合评价函数,例如:

$$y = f(x, \omega) \quad (1-2)$$

式中, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^T$ 为指标权重向量; $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 为指标向量。

(6) 评价结果。由式(1-2)可以求出被评价对象的综合评价值 $y_i = f(\omega, x_i)$, y_i 为第 i 个被评价对象在评价指标体系上的取值。根据 y_i 值的大小将这 n 个被评价对象进行排序和分类,然后根据综合分析可得到科学的评价结果。

1.3 综合评价的基本环节

1.3.1 评价对象的选择

综合评价的研究对象通常有以下三种情况:

第一种是自然、社会、经济等领域中的同类事物(横向),如我国大学的排名。

第二种是自然、社会、经济等领域中的同一事物在不同时期的表现(纵向),如陕西省自

新中国成立以后在各个不同发展阶段的经济状况。

第三种是自然、社会、经济等领域中的同类事物在不同时期的表现,如我国各个省、自治区、直辖市自新中国成立以来在不同阶段的经济发展状况。

评价对象的数目必须大于1。被评价的事物应为同类事物,但至少在某一方面存在不同,具有差异性。

1.3.2 综合评价的步骤

1. 明确评价目标

评价目标是评价工作的根本性指导方针。对某一事物开展综合评价,首先要明确为什么要进行综合评价,评价事物的哪一方面,评价的精确度要求如何,等等。比如,为了观察和监测国民经济活动中的各种消耗是否经济合理,所获得的生产成果在质量上是否适合社会需要,就必须根据国民经济运行过程,从成果与消耗、成果与需求等各种不同角度,进行质和量的分析、比较和综合评价,即宏观经济效益综合评价。

2. 组织评价小组

评价小组通常由评价所需要的技术专家、管理专家和评价专家组成。参加评价工作的专家资格、组成以及工作方式等都应满足评价目标的要求,以保证评价结论的有效性和权威性。

3. 构建评价指标体系

选取评价指标、建立评价指标体系是整个综合评价工作的关键。首先,需要明确选取评价指标的指导思想和应遵循的基本原则;其次,在此基础上,根据评价的目的及其主要属性,将评价对象的评价总目标(目的)进一步分解成不同的分目标、准则;再次,采用定性分析与定量分析相结合的方法选择具体的评价指标;最后,得到一个能够反映评价对象本质的递阶层次结构体系,即综合评价的指标体系。评价对象的递阶层次结构取决于评价目标、评价对象的一般性质、决策要求以及拥有的相关基础资料状况。要根据这些情况进行具体分析,以建立起既科学合理,又切合实际、便于操作的评价指标体系。

4. 设置权重

根据指标体系设置科学合理的权重。任何一种综合评价方法,都要依据一定的权重对各项指标评价结果进行综合,权重的改变会影响评价的结果。当然,现阶段一些评价模型系统内部自带对权重的赋值,不需要评价者对其赋值,因此可根据选择的评价模型来确定是否进行该步骤。

5. 选择或设计评价方法

评价方法根据评价对象的具体要求而有所不同。总体来说,要选择成熟的、公认的评价方法,并注意评价方法与评价目的相匹配,应注意评价方法的内在约束,掌握不同方法的评价角度与评价途径。

6. 选择和建立评价模型

按照所选择的评价方法建立评价模型。目前,已出现了多种综合评价方法,如多元统计分析中的主成分分析、因子分析等,多目标决策的方法如层次分析法、模糊理论、灰色系统理论等。但这并不意味着综合评价方法和理论已十分完善,还有不少问题需要不断研究和完善。比如,综合评价方法很多,但我们在实际中应如何选用某种方法?针对同一问题,不同的方法会有何种不同的结果?

7. 评价结果分析

综合评价是一项主观性很强的工作,我们在评价工作中必须以客观性为基础,提高评价方法的科学性,保证评价结果的有效性。一般情况下,对综合评价结果进行分析大体包括以下几个方面:

① 根据综合评价结果,寻找评价对象的主要薄弱环节,发现原因,并提出对策建议。

② 对各项指标分项展开深入分析。进行国际、省际、地区间及各单位间的对比分析,指出在当前有关政策、管理上的规章制度方面存在的不完善之处,提出若干可供选择的有关政策、决策改进方案和建议等。

当然,由于综合评价方法的局限性,使得它的结论只能作为认识事物、分析事物的参考,而不能作为决策的唯一依据。

1.3.3 评价指标体系的构建

1. 指标体系的构建原则

(1) 指标具有全面性。指标体系的设计要尽可能覆盖评价的基本内容,如果有所遗漏,评价就会出现偏差。这就要求所选的指标在不同的侧面具有代表性。选取的指标应从被评价事物的各个方面着眼,尽管最后确定的评价指标不一定很多,但在初始选择时,备选指标一定要多一些、全一些,以保证选取的余地。

(2) 指标具有独立性。建立评价指标体系应选择相对独立的评价指标,即要求指标体系中的各个评价指标在合乎整体性原则的前提下,彼此之间要尽可能满足相对的独立性。要求所选择的各个指标必须相对独立,不应存在包含、大部分交叉及大同小异的现象,以尽量避免信息上的重复。但这种独立性也是相对的,要尽可能满足独立性的要求,但要做到完全独立也是不可能的,独立性的程度要与所选择的评价方法相匹配。

(3) 指标具有可行性。指标应可行,符合客观实际水平,有稳定的数据来源,易于操作。指标含义要明确,数据要规范,口径要一致,资料收集要简便易行。

2. 评价指标的选择方法

在按一些原则确立指标体系后,这些量都是可以观察、测量的。在此基础上,可以用统计分析中的方法来选出一部分,它们有很好的代表性,可使我们在进行综合评价时更容易操作。

(1) 条件广义方差极小法。从统计分析的眼光来看,给定 P 个指标 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 的 n 组观察数据,就认为提供了 n 个样本,相应的全部数据表示为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

每一行代表一个样本的观察值, $\mathbf{X}$ 是 $n \times p$ 矩阵,利用 $\mathbf{X}$ 的数据,可以算出变量 x_i 的均值、方差与 x_i, x_j 之间的协方差,相应的表达式如下:

$$\text{均值} \quad \overline{X_i} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n x_{ai} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1-4)$$

$$\text{方差} \quad S_{ii} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n (x_{ai} - \overline{X_i})^2 \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1-5)$$

$$\text{协方差} \quad S_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n (x_{ai} - \overline{X_i})(x_{aj} - \overline{X_j}) \quad i \neq j \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (1-6)$$

由 S_{ii}, S_{ij} 形成的矩阵

$$\mathbf{S} = (S_{ij})_{(p \times p)} \quad (1-7)$$

称为 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 这些指标的方差、协方差矩阵,或简称为样本的协差阵。用 $\mathbf{S}$ 的行列式值 $|\mathbf{S}|$ 反映这 P 个指标变化的状况,它也被称为广义方差,因为 $p=1$ 时 $|\mathbf{S}| = |S_{11}| =$ 变量 X_1 的方差,所以它可以看成是方差的推广。可以证明,当 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 相互独立,广义方差 $|\mathbf{S}|$ 达到最大值;当 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 线性相关时,广义方差 $|\mathbf{S}|$ 的值是 0。因此,当 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 既不相互独立时,又不线性相关时,广义方差 $|\mathbf{S}|$ 的大小反映了它们内部的相关性。

下面来考虑条件广义方差,可将式(1-7)分块表示,这就将 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 的 P 个指标分成两部分 $(X_1, \dots, X_{p_1})$ 和 $(X_{p_1+1}, \dots, X_p)$,分别记为 $\mathbf{X}_{(1)}$ 与 $\mathbf{X}_{(2)}$,即

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{(1)} \\ \mathbf{X}_{(2)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

这样表示后, S_{11}, S_{12} 表示 $\mathbf{X}_{(1)}, \mathbf{X}_{(2)}$ 的协差阵。给定 $\mathbf{X}_{(1)}$ 之后, $\mathbf{X}_{(2)}$ 对 $\mathbf{X}_{(1)}$ 的条件协差阵,从数学上可以推导得到(在正态分布的前提下)

$$\mathbf{S}(\mathbf{X}_{(2)} | \mathbf{X}_{(1)}) = S_{22} - S_{21} S_{11}^{-1} S_{12} \quad (1-9)$$

式(1-9)表示当已知 $\mathbf{X}_{(1)}$ 时, $\mathbf{X}_{(2)}$ 的变化状况。可以想到,若已知 $\mathbf{X}_{(1)}$ 后, $\mathbf{X}_{(2)}$ 的变化很小,那么 $\mathbf{X}_{(2)}$ 这部分指标就可以删去,即 $\mathbf{X}_{(2)}$ 所能反映的信息在 $\mathbf{X}_{(1)}$ 中几乎都可得到,因此就产生条件广义方差最小的删去方法。具体方法如下:

将 $X_1, X_2, \dots, X_p$ 分成两部分 $(X_1, \dots, X_{p-1})$ 看成 $\mathbf{X}_{(1)}$, X_p 看成 $\mathbf{X}_{(2)}$,用式(1-9)就可算出 $\mathbf{S}(\mathbf{X}_{(2)} | \mathbf{X}_{(1)})$,此时是一个数值,它是识别 X_p 是否应删去的量,记为 t_p 。类似地,对 X_1 ,可以将 X_1 看成 $\mathbf{X}_{(2)}$,余下 $p-1$ 个看成 $\mathbf{X}_{(1)}$,用式(1-9)就可以算出一个数值,记为

t_i , 于是得到 $t_1, t_2, \dots, t_p$ 这 p 个值, 比较它们的大小, 最小的一个可以考虑删去, 这与所选的临界值 C 有关, C 是自己选的, 若其小于 C 就可删去, 大于 C 则不宜删去。给定 C 之后, 逐个检查 $t_i < C, (i=1, 2, \dots, p)$ 是否成立, 有就删, 删去后对留下的变量, 可以完全重复上面的运算过程, 直到没有可删的为止, 这就选取了既有代表性, 又不重复的指标集。

(2) 极大不相关法。显然, 如果 X_1 与其他的 $X_2, \dots, X_p$ 是独立的, 那就表明 X_1 是无法用其他指标来代替的, 因此保留的指标应该是相关性越小越好, 在这个方法指导下, 就导出极大不相关方法。首先求出样本的相关阵 R , 如下:

$$R = (r_{ij}) \quad r_{ij} = s_{ij} / \sqrt{s_{ii}s_{jj}} \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (1-10)$$

r_{ij} 称为 x_i 与 x_j 相关系数, 它反映了 x_i 与 x_j 的线性相关程度。现在要考虑的是一个变量 X_i 与余下的 $p-1$ 个变量之间的线性相关程度, 其被称为复相关系数, 简记为 ρ_i 。 ρ_i 可以用下面的公式计算。先将 R 分块, 如要计算 ρ_p , 就将 R 写成

$$R = \begin{bmatrix} R_{-p} & r_p \\ r_p^T & 1 \end{bmatrix} \quad (R_{-p} \text{ 表示除去 } x_p \text{ 的相关阵}) \quad (1-11)$$

(注意 R 中的主对角元素 $r_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, p$) 于是 $\rho_p^2 = r_p^T R_{-p}^{-1} r_p$ 。类似地, 要计算 ρ_i^2 时, 将 R 中的第 i 行, 第 j 列进行置换, 放在矩阵的最后一行与最后一列, 此时

$$R \xrightarrow{\text{置换后}} \begin{bmatrix} R_{-i} & r_i \\ r_i^T & 1 \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

于是 ρ_i^2 的计算公式为 $\rho_i^2 = r_i^T R_{-i}^{-1} r_i, i = 1, 2, \dots, p$ 。算得 $\rho_1^2, \rho_2^2, \dots, \rho_p^2$ 后, 其中值最大一个, 表示它与其他变量相关最大, 指定临界值 D 之后, $\rho_i^2 > D$ 时, 就可以删去 X_i 。

(3) 选取典型指标法。如果开始考虑的指标过多, 可以将这些指标先进行聚类, 而后在每一类中选取若干典型指标。典型指标的选取, 可用上述方法, 但这两种方法计算量都比较大。用单相关系数选取典型指标计算简单, 在实际中可依据具体情况选用。假设聚为同一类的指标有 n 个, 分别为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

第一步, 计算 n 个指标之间的相关系数矩阵 R

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (1-13)$$

第二步, 计算每一指标与其他 $n-1$ 个指标的相关系数的平方 r_i

$$\overline{r_i^2} = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^n r_{ij}^2 - 1 \right) \quad (1-14)$$

则 $\overline{r_i^2}$ 粗略反映了 a_i 与其他 $n-1$ 个指标的相关程度。

第三步, 比较 $\overline{r_i^2}$ 的大小, 若有 $\overline{r_k^2} = \max_{1 \leq i \leq n} \overline{r_i^2}$, 则可选取 a_k 作为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的典型指标, 需要的话, 还可以在余下的指标中继续选取。

1.4 指标数据的处理

1.4.1 指标类型的一致化方法

一般来说,在指标 $x_1, x_2, \dots, x_m (m > 1)$ 中,可能有“极大型”指标、“极小型”指标、“居中型”指标、“区间型”指标。对于某些定量指标,如产值、利润等,自然期望它们的取值越大越好,这类指标我们称之为极大型指标;对于成本、能耗这类指标,自然期望它们的取值越小越好,这类指标我们称之为极小型指标;诸如人的身高、体重等指标,我们既不期望它们的取值越大越好,也不期望它们的取值越小越好,而是期望它们的取值越居中越好,我们称这类指标为居中型指标;区间型指标是期望其取值以落在某个区间内为最佳的指标。根据指标的不同类型,对指标集 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m) (m > 1)$ 可进行如下划分,即令

$$X = \bigcup_{i=1}^4 X_i, \text{ 且 } X_i \cap X_j = \emptyset, i \neq j (i, j = 1, 2, 3, 4)$$

式中, $X_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 分别为极大型指标集、极小型指标集、居中型指标集及区间型指标集; $\emptyset$ 为空集。

若指标 $x_1, x_2, \dots, x_m (m > 1)$ 中既有极大型指标、极小型指标,又有居中型指标或区间型指标,则必须在对各备选方案进行综合评价之前,将评价指标的类型进行一致化处理。否则,就无法定性地判断综合评价函数中的 y_i 是取值越大越好,还是取值越小越好,或是取值越居中越好。因此,也就无法根据 y_i 值的大小来综合评价备选方案的优劣。因此,需将指标进行类型一致化的处理。假设我们把所有的指标均极大化处理,则极小型、居中型、区间型指标的处理方法如下:

1. 极小型指标处理方法

对于极小型指标 x , 令

$$x^* = M - x \quad \text{或} \quad x^* = \frac{1}{x} (x > 0) \quad (1-15)$$

式中, M 为指标 x 的一个允许上界。

2. 居中型指标处理方法

对于居中型指标 x , 令

$$x^* = \begin{cases} \frac{2(x-m)}{M-m}, & \text{若 } m \leq x \leq \frac{M+m}{2} \\ \frac{2(M-x)}{M-m}, & \text{若 } \frac{M+m}{2} \leq x \leq M \end{cases} \quad (1-16)$$

式中, m 为指标 x 的一个允许下界, M 为指标 x 的一个允许上界。

3. 区间型指标处理方法

对于区间型指标 x , 令

$$x^* = \begin{cases} 1.0 - \frac{q_1 - x}{\max(q_1 - m, M - q_2)}, & \text{若 } x < q_1 \\ 1.0, & \text{若 } x \in [q_1, q_2] \\ 1.0 - \frac{x - q_2}{\max(q_1 - m, M - q_2)}, & \text{若 } x > q_2 \end{cases} \quad (1-17)$$

式中, $[q_1, q_2]$ 为指标 x 的最佳稳定区间, M, m 为指标 x 的一个允许上下界。

【例 1-1】 现有小明、小张、小王、小李四人某学期逃课次数统计, 如表 1-1 所示, 且都是极小型指标, 现将其转换为极大型指标。

表 1-1 极小型指标转换成极大型指标

姓名	逃课的次数 x_i	转化后的逃课次数 x_i^*
小明	2	1
小张	0	3
小王	1	2
小李	3	0
指标类型	极小型	极大型

解: 由表 1-1 中数据可知 $M=3$, 小明、小张、小王、小李的逃课次数 x_1, x_2, x_3, x_4 分别为 2, 0, 1, 3。

由公式 $x_i^* = M - x_i$, 可得:

$$x_1^* = 3 - 2 = 1$$

$$x_2^* = 3 - 0 = 3$$

$$x_3^* = 3 - 1 = 2$$

$$x_4^* = 3 - 3 = 0$$

$x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*$ 分别是转换后的极大型指标。

【例 1-2】 确定水质的 pH 值是居中型指标, 请将其转换为极大型指标。

表 1-2 居中型指标转换成极大型指标

pH 值(转换前) x_i	pH 值(转换后) x_i^*
5	0
6	1/2
7	1
8	1/2
9	0

解: 由表 1-2 中数据可知 $M=9, m=5$, 则

$$\frac{M+m}{2} = \frac{9+5}{2} = 7$$

由式(1-5)可知,

$$\text{当 } m \leq x_i \leq \frac{M+m}{2} \text{ 时, } x_i^* = \frac{2(x_i - m)}{M - m}$$

$$\text{当 } \frac{M+m}{2} \leq x_i \leq M \text{ 时, } x_i^* = \frac{2(M - x_i)}{M - m}$$

于是:

$$x_1^* = \frac{2(5-5)}{9-5} = 0$$

$$x_2^* = \frac{2(6-5)}{9-5} = \frac{1}{2}$$

$$x_3^* = \frac{2(7-5)}{9-5} = 1$$

$$x_4^* = \frac{2(9-8)}{9-5} = \frac{1}{2}$$

$$x_5^* = \frac{2(9-9)}{9-5} = 0$$

$x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*$ 分别是转换后的极大型指标。

【例 1-3】 人的正常体温在 $36^\circ\text{C} \sim 37^\circ\text{C}$, 体温是区间型指标, 现有不同的体温数据 (见表 1-3), 请将其转换为极大型指标。

表 1-3 区间型指标转换成极大型指标

体温(转换前) x_i	体温(转换后) x_i^*
35.2	0.428 6
35.8	0.857 1
36.6	1
37.1	0.928 6
37.8	0.428 6
38.4	0

解: 由表 1-3 中数据可知, $M=38.4, m=35.2, q_1=36, q_2=37$ 。

则

$$\max\{36-35.2, 38.4-37\} = 1.4$$

由式(1-17)可知:

$$\text{当 } x_i < q_1 \text{ 时, } x_i^* = 1 - \frac{q_1 - x_i}{\max(q_1 - m, M - q_2)}$$

$$\text{当 } x_i > q_2 \text{ 时, } x_i^* = 1 - \frac{x_i - q_2}{\max(q_1 - m, M - q_2)}$$

可得

$$x_1^* = 1 - \frac{36 - 35.2}{1.4} = 0.428 6$$

$$x_2^* = 1 - \frac{36 - 35.8}{1.4} = 0.857 1$$

$$x_3^* = 1$$

$$x_4^* = 1 - \frac{37.1 - 37}{1.4} = 0.928 6$$

$$x_5^* = 1 - \frac{37.8 - 37}{1.4} = 0.428 6$$

$$x_6^* = 1 - \frac{38.4 - 37}{1.4} = 0$$

$x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*$ 分别是转换后的极大型指标。

1.4.2 定性指标的量化方法

在综合评价时,会遇到一些定性指标,对定性指标的相关信息不加以利用十分可惜,直接使用又有困难,通常总希望能使之量化,量化后的定性指标可与其他定量指标一起使用。

定性指标中有两类:名义指标与顺序指标。名义指标,实际上只是一种分类的表示,这类指标只能有代码,无法真正量化。顺序指标是可以量化的,如被评价对象的名次或确定对象属于某种等级等。顺序指标也需要对评判结果进行无量纲化处理,以便与其他指标的评价价值一起综合利用。

如果已将全部对象按某一种性质进行了排序,通常用“ $a > b$ ”表示“ a 优于 b ”, b 排在 a 的后面。全部对象共有 n 个,记为“ $a_1, a_2, \dots, a_n$ ”,并且不妨假定如下:

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n$$

现在的问题是如何对每个 a_i 赋予一个数值 x_i ,使 x_i 能反映这一前后的顺序。设想这个顺序是反映了某一个难以测量到的量,如一个人感觉到疼痛的程度,从无疼痛感到有一点痛,到中等疼痛,一直到痛得受不了,可分成 n 种,记为 $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ 。这个疼痛的量是无法测量的,只能用比较来排出顺序,设想这个量 x 是客观存在的,可以认为它服从正态分布 $N(0,1)$,于是 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 分别反映了 x 在不同范围内人的感觉,设 x_i 是相应于 a_i 的值,由于 a_i 在全体 n 个对象中占第 i 位,即小于等于它的成员有 $\frac{i}{n}$,因此,若取 y_i 为正态分布 $N(0,1)$ 的 $\frac{i}{n}$ 分位数,即

$$P(x < y_i) = \frac{i}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (1-18)$$

那么 $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$ 将 $(-\infty, +\infty)$ 分成了 n 段,如图 1-1 所示。

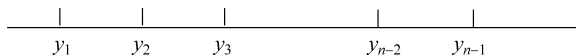


图 1-1 定性指标排序

很明显, a_i 表示它相应的 x_i 值应在 (y_{i-1}, y_i) 这个区间内,至于 (y_{i-1}, y_i) 中选哪一个作为代表更好,自然要考虑概率分布,比较简便的操作方法就是选中位数,即 x_i 满足:

$$P(x < x_i) = \frac{i-1}{n} + \frac{1}{2} \frac{1}{n} = \frac{i-0.5}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-19)$$

其中, x 服从 $N(0,1)$ 分布。于是,利用正态概率表,很快就可以查出相应的各个 x_i ,这样就把顺序变量定量化了。把这个方法稍作推广,就可以处理等级数据的量化。

如对被评价对象已经评出名次的,可计算名次百分数,计算公式如下:

$$x \text{ 名次百分数} = 100 - \frac{100}{n}(x - 0.5) \quad (1-20)$$

公式中 x 表示被评价对象所得名次; n 是全部被评价对象个数。

这种处理实质上是把名次变成被评价对象在百分数内相对数位置的一种方法。

公式中减 0.5 是由名次与百分数中所占位置的不一致所决定的。 $(x - 0.5)$ 可以避免出现最后一名被评价对象的名次百分数为零的局面,保证第一名从 $(100 - \frac{100}{2n})$ 开始,与其他名次均匀地分布在百分位中。

公式中 $\frac{100}{n}$ 实际上是各名次间相对位置的间隔长度,若 $n = 100$,则间隔长度为 1;若 $n = 50$,则间隔长度为 2,将间隔长度 $\frac{100}{n}$ 与所占位置 $(x - 0.5)$ 相乘则反映了该名次在所有被评价对象中的地位。

由于名次序数与评价得分是逆向变化的,即名次序数越小,得分应越多,所以要采用“倒扣”处理,用 100 减去间隔长度与所占位置之积。所得结果就是被评价对象在整体中的相对地位,若甲被评价对象在该指标上是 9 分的话,则乙被评价对象为 90 分。

在社会经济统计中,有时只能根据被评价事物的质量划定其所属等级,而不能直接用数量指标来表示。这时也需要对其进行无量纲化处理,以便与其他指标相综合,得到整体性评价。

当被评价的单位较多,评价的等级具有正态分布趋势时,可采用如下方法将评定等级化成标准百分数。这种方法的基本思想是:找出各个等级的百分比在正态分布中所占面积的代表值的位置,把这一位置与平均数的距离用标准差表示出来,作为这一等级的标准分数,再由标准分数变成标准百分数,如表 1-4 所示。

表 1-4 等级标准分数

等级	优	良	中	中下	下等
各等级单位数占总数的百分比	10%	25%	40%	20%	5%

确定各等级的分数时,可用各等级的分布百分比数值,查《正态分布各区间的中点值》表(其中“中”这一等级需要进行推算)。查得结果稍加处理就可以得到表 1-5。

表 1-5 标准百分数

等级	优	良	中	中下	下等
标准分数	1.76	0.78	-0.13	-1.07	-2.10
标准百分数	67.6	67.8	48.7	39.3	29

按照这种方法,等级分越多,计算结果就越准确。

1.5 评价指标权重的确定

所谓权重是以某种数量形成对比、权衡被评价事物总体中诸因素相对重要程度的度量值。评价指标的权重也即各个评价指标在整个评价指标体系中相对重要性的数量表示,权重确定的合理与否对综合评价结果和评价工作质量有决定性影响,权重值的变动可能引起被评价对象优劣顺序的改变。因此,科学地确定权重在综合评价中具有决定性的作用。

从权重的属性来看,可以将其分为以下几类:

(1) 从含有信息的多少来考虑。有关的信息多,权重就大;有关的信息少,权重就小。

(2) 从指标的区分对象能力来考虑。综合评价,就是将评价对象予以区别,并排出先后次序,所以一个指标从区别这些对象的性质来看,能力强的就应重视;能力弱的,就不应重视。这种权重又被称为敏感性权重。

当然,从不同的角度考虑,可以有多种分类办法。例如,指标数值的质量如何,也就是指数据的可信度差异,质量好的权重应该大一些,质量差的权重就要小一些。又如从统计的观点看,相关性大的指标反映的实际上是同一个内容,不相关的指标才反映了真正不同的内容,所以在赋权时要考虑这些差别。

对实际问题在确定各指标的权重时,从大的方面来说有主观赋权法和客观赋权法两种。无论是主观赋权法还是客观赋权法都有一些具体的方法。比较常用的赋权方法主要有以下 3 种。

1.5.1 德尔菲法

德尔菲法又称专家咨询法,其特点在于集中专家的经验与意见,确定各指标的权重,并在不断地反馈和修改中得到比较满意的结果,其基本步骤如下:

第一步,选择专家。这是很重要的一步,专家选得好不好将直接影响结果的准确性。一般情况下,可以选本专业领域中既有实际工作经验又有较深理论修养的 10~30 位专家,并须征得专家本人的同意。

第二步,将待定权重的 p 个指标和有关资料以及统一确定权重的规则发给选定的专家,请他们独立地给出各指标的权重值。

第三步,回收结果并计算各指标权重的均值与标准差。

第四步,将计算的结果及补充资料返还给各位专家,要求所有的专家在新的基础上重新确定权重。

第五步,重复上述第三步和第四步,直至各指标权重与其均值的离差不超过预先给定的标准为止,也就是各专家的意见基本趋于一致,以此时各指标权重的均值作为该指标的权重。

此外,为了使判断更加准确,让评价者了解已确定的权重把握性的大小,还可以运用“带有信任度的德尔菲法”,该方法需在上述第五步每位专家给出最后权重值的同时,标出各自所给权重值的信任度,并求出平均信任度。这样如果某一指标权重的信任度较高,就可以有较大把握使用它;反之,只能暂时使用或设法改进。

德尔菲法是一个调查、征集意见、汇总分析、反馈、再调查不断反复的过程。专家们处于互不知情的隔离状态,每个人的信息是自己的知识、经验、专长以及调查机构反馈给他们的汇总情况的集中体现,这就便于集中智慧。因此,不少方法也都或多或少地借用这一想法,反复比较、协调,以求得较好的结果和比较一致的意见。

1.5.2 相邻指标比较法

相邻指标比较法往往与德尔菲法结合使用,在发给专家征询意见表时,为了便于专家考虑,通常先将所选的指标按一定标准排好顺序,如下:

$$x_1, x_2, \dots, x_k (k > 1)$$

然后,让专家填一张表(见表 1-6),把 x_2 与 x_1 相比, x_3 与 x_2 相比, $\cdots$, x_k 与 x_{k-1} 相比,相比的重要性的值列在第 3 列。 ω'_i 从第 3 列的值可以算出,它表示各个指标与 x_1 相比的重要性。由于 x_i 总是与上一个 x_{i-1} 相比,因此 g_i 表示 x_i 与 x_{i-1} 相比的重要性。

表 1-6 指标相对重要性衡量

指标(1)	参考指标(2)	相对重要性 $\frac{(1)}{(2)}=g_i$	权 ω'_i	归一化权 ω_i
x_1	x_1	$1(g_1)$	1	ω_1
x_2	x_1	$1.2(g_2)$	1.2	ω_2
x_3	x_2	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$			
x_k	x_{k-1}	$2.5(g_k)$	ω'_k	ω_k
合计	—	—	$\sum \omega'_i$	1

$$\omega'_i = \prod_{j=2}^i g_j = g_2 g_3 \cdots g_i, \quad i = 2, 3, \cdots, k \quad (1-21)$$

而 ω_i 是将 ω'_i 归一化,注意 $\omega'_1 = g_1 = 1$,

$$\omega_i = \omega'_i / \sum_{j=1}^k \omega'_j, \quad j = 1, 2, \cdots, k \quad (1-22)$$

相邻指标相比,一是为了方便,一次比较两个指标就可以了;二是为了求 ω'_i 时方便,只需将前面的 g_j 的值乘以 g_i 。

当然,也可以只给专家指标 $x_1, x_2, \cdots, x_k (k > 1)$,让专家自己去排一个次序,逐步比较。从上面的介绍就可以看出,这个比较顺序,并不要求后一个比前一个重要(即 $g_i \geq 1$),关键是两者要便于比较。让专家自己去排一个比较的次序,其目的也在于此。当然,有时为了便于汇总各个专家的意见,可以指定一个指标为 x_1 ,它是各个专家进行比较的基准。

【例 1-4】 某学校进行教师整体素质评选,影响评价的因素有“A:群众关系”“B:工作态度”“C:科研能力”“D:教学能力”。这四项指标的重要性程度之比为 $A:B:C:D=1:1.5:3:4.5$ 。请用相邻指标比较法计算其权重。计算过程如表 1-7 所示。

表 1-7 相邻指标比较法计算结果

指标	参考指标	相对重要性	权 ω'_i	归一化权 ω_i
A	A	$\frac{A}{A}=1$	1	$\frac{1}{6}=0.17$
B	A	$\frac{B}{A}=1.5$	1.5	$\frac{1.5}{6}=0.25$
C	B	$\frac{C}{B}=2$	2	$\frac{2}{6}=0.33$
D	C	$\frac{D}{C}=1.5$	1.5	$\frac{1.5}{6}=0.25$
合计	—	—	6	1

1.5.3 统计方法

从收集到的指标的数据来看,数据本身提供的信息中也能确定合适的权重,常见的有:用方差的倒数为权,用变异系数为权,用复相关系数的倒数为权等。这些方法的理论根据是统计中关于综合预测有如下定理:

定理 1-1 设 $y_1, \dots, y_k$ 分别为真值 θ 的预测值,它们是相互独立的,并且 $E y_i = \theta$, $\text{Var}(y_i) = \sigma_i^2$, 则它们的加权平均预测值 $\sum_{i=1}^k \omega_i y_i$, 在 $\omega_i = \sigma_i^{-2} / \sum_{j=1}^k \sigma_j^{-2}, i=1, 2, \dots, k$ 时,相应的方差 $\text{Var}(\sum_{i=1}^k \omega_i y_i)$ 达到最小值。

证明: 利用 y_i 的独立性,

$$\text{Var}(\sum_{i=1}^k \omega_i y_i) = \sum_{i=1}^k \omega_i^2 \sigma_i^2 \triangleq f(\omega_1, \dots, \omega_k) \quad (1-23)$$

注意到约束条件:

$$\sum_{i=1}^k \omega_i = 1, \quad \omega_i > 0, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1-24)$$

因此,这是一个条件极值问题。用拉格朗日乘子法,令

$$F(\omega_1, \dots, \omega_k) = \sum_{i=1}^k \omega_i^2 \sigma_i^2 - 2\lambda (\sum_{i=1}^k \omega_i - 1) \quad (1-25)$$

则有:

$$\frac{\partial F}{\partial \omega_i} = 0, \quad 2\omega_i \sigma_i^2 - 2\lambda = 0, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1-26)$$

因此

$$\omega_i = \lambda \sigma_i^{-2}, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1-27)$$

由式(1-24),可求得

$$\lambda = (\sum_{j=1}^k \sigma_j^{-2})^{-1} \quad (1-28)$$

于是

$$\omega_i = \left(\frac{1}{\sigma_i^2}\right) / \sum_{j=1}^k \left(\frac{1}{\sigma_j^2}\right), \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1-29)$$

定理表明,用方差的倒数作为权来综合各种相互独立的预测,效果好(方差达到最小)。然而,综合评价与预测还不一样,所以方差小的这个准则并不适用。于是就派生出变异系数法、复相关系数法。一组数据的变异系数是它的标准差除以均值的绝对值,即对数据

$$z_1, z_2, \dots, z_n$$

记:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i, \quad s_z = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \right)^{1/2} \quad (1-30)$$

则

$$v_z = s_z / |\bar{z}| \quad (1-31)$$

就是 $z_1, z_2, \dots, z_n$ 的变异系数。

于是对选取的指标 $x_1, x_2, \dots, x_k (k > 1)$, 利用被评价对象的数据, 各个指标都有各自的变异系数。为了方便, 用 ν_i 表示 x_i 的变异系数, $i = 1, 2, \dots, k$, 此时, x_i 相应的权就是 $\frac{\nu_i}{\sum_{i=1}^n \nu_i}$ 。这种加权的方法是为了突出各指标的相对变化幅度, 从评价的目的来看, 就是区别被评价的对象, ν_i 的值大, 表示 x_i 在不同的对象上变化大, 区别对象能力强, 所以应给予重视。

另一种是考虑复相关系数, 每一个被选取的指标 x_i , 用其余的指标对它的相关程度——复相关系数 $\rho_{x_i | x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_k}$ 来考虑时, 复相关系数简记为 ρ_i , 这反映了非 x_i 的那些指标能替代 x_i 的能力。当 $\rho_i = 1$ 时, x_i 可以去掉, 因为用非 x_i 的值就可定出 x_i 的值; 当 ρ_i 很小时, 非 x_i 的值并不能代替它, 所以用 $\frac{1}{|\rho_i|}$ 作为权是合适的, 它就是复相关系数倒数的绝对值。

思考题

1. 什么是综合评价? 如何描述综合评价问题?
2. 简述综合评价的具体步骤。
3. 简述建立指标体系的原则。
4. 什么是权重? 如何确定指标权重?
5. 简述德尔菲法。
6. 如何确定指标体系? 简述建立指标体系时应注意的事项。
7. 如何选择评价方法?
8. 在现实生活中, 往往会遇到这样的问题: 如何在 4 位候选人中选出一位“标准”人, 取 4 项评价指标分别为年龄、身高、体重和对称性(指双手、双脚、双耳等人体器官的对称), 依次记为 x_1, x_2, x_3, x_4 , 并且已取得了这 4 位候选人的原始指标值, 如表 1-8 所示。如果把把这个任务交给你, 你认为怎样做才能得出正确的结果?

表 1-8 原始指标值

候选人	x_1 (年龄/岁)	x_2 (身高/米)	x_3 (体重/公斤)	x_4 (对称性)
甲	29	1.81	65	0.90
乙	31	1.72	75	0.95
丙	40	1.66	90	0.85
丁	21	1.90	85	0.85

【在线测试题】 扫描书背面的二维码, 获取答题权限

