



单相交流电路的制作与测试

在工程实际的自动控制系统中,通常是根据被控制对象的各种电信号来对其实施自动控制。因此,电测量是进行电路、电子实训时一个必不可少的重要内容,电测量就是通过借助各种电工电子仪器仪表,应用科学的测量技术对电路中的电流、电压、电功率及电能等物理量进行测量。

本任务要求利用信号发生器产生正弦信号和方波信号,并使用示波器进行观察。

任务 3.1 测量正弦交流电

通过该任务的实施,要求学生熟悉电工实训室工频电源的配置,学会使用交流毫伏表,信号发生器和示波器,掌握典型交流信号的观测。



学习目标

知识目标: 了解电工实训室工频电源的配置;掌握交流毫伏表、信号发生器和示波器的使用方法;掌握典型交流信号的观测方法。

技能目标: 能够熟练使用交流毫伏表、信号发生器和示波器;学会利用示波器观察交流信号并计算相关数值;培养学生使用交流仪表的能力。

素质目标: 规范操作;7S 素质养成。



任务要求

1. 正弦波信号的观测

- (1) 将示波器的幅度和扫描速度微调旋钮旋至“校准”位置。
- (2) 通过电缆线,将信号发生器的正弦波输出口与示波器的 YA 插座相连。
- (3) 接通信号发生器的电源,选择正弦波输出。通过相应调节,使输出频率分别为 50 Hz、1.5 kHz 和 20 kHz(由频率计读出);再使输出幅值分别为有效值 0.1 V、1 V、3 V(由交流毫伏表读得)。调节示波器 Y 轴和

X 轴的偏转灵敏度至合适的位置,从荧光屏上读得幅值及周期,分别记入表 3.1 和表 3.2 中。

表 3.1 正弦波信号的测定

频率计读数所测项目	正弦波信号频率的测定		
	50 Hz	1 500 Hz	20 000 Hz
示波器 t/div 旋钮位置			
一个周期占有的格数			
信号周期/s			
计算所得频率/Hz			

表 3.2 正弦波信号幅值的测定

交流毫伏表读数所测项目	正弦波信号幅值的测定		
	0.1 V	1 V	3 V
示波器 V/div 位置			
峰-峰值波形格数			
峰-峰值			
计算所得有效值			

2. 方波脉冲信号的观察和测定

- (1) 将电缆插头换接在脉冲信号的输出插口上,选择方波信号输出。
- (2) 调节方波的输出幅度为 $3.0V_{PP}$ (用示波器测定),分别观测频率为 100 Hz、3 kHz 和 30 kHz 方波信号的波形参数。
- (3) 使信号频率保持在 3 kHz,选择不同的幅度及脉宽,观测波形参数的变化。

3.1.1 正弦交流电的基本概念

1. 正弦交流电的产生

电路中的物理量,如电流(电压、电动势)的大小随时间按一定规律做周期性变化且在一个周期内平均值为零时,称为交流电。

工程上应用的交流电,一般是随时间按正弦规律变化的,称为正弦交流电,简称交流电。通常用字母 ac 或 AC 表示。

交流电易于产生、传输和转换,从而具有成本低廉的优势;可以方便地通过变压器变压,进行输送、分配和使用。从用电设备来看,由交流电源供电的交流电机比直流电机结构简单、制造使用维护方便、运行可靠,是使用最多的动力设备。当需要直流电时,如电解、电镀、电信等行业可以使用整流装置把交流电转换为直流电。正弦交流电的产生与波形如图 3.1 所示。

当电枢以等角速度 ω 旋转时,线圈绕组将不断地切割磁力线,产生正弦交变的感应电动势 e ,并向外电路提供正弦交变的电压 u 。

2. 正弦交流电的解析式表示及三要素

正弦交流电的波形如图 3.2 所示。

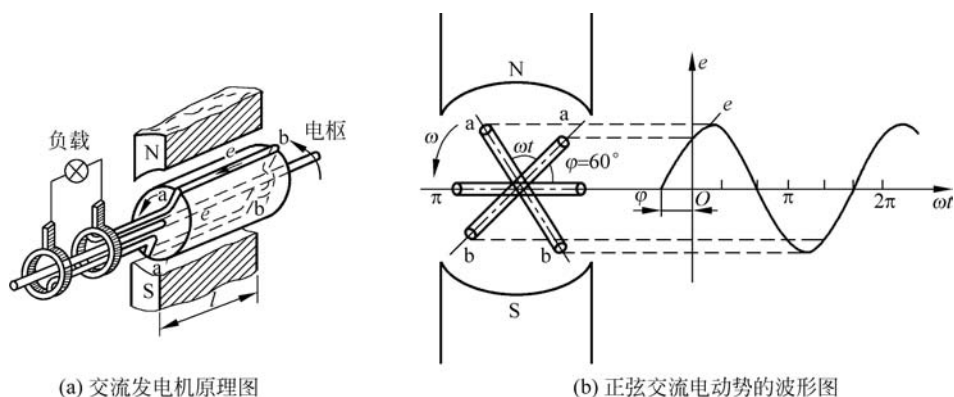


图 3.1 正弦交流电的产生与波形

周期、频率和角频率都是表示正弦电量随时间变化快慢的物理量。

周期是正弦量随时间变化一周所经历的时间,用大写字母 T 表示,单位是秒(s),如图 3.2 所示。

频率是正弦量在 1 秒时间内重复变化的周期数。用小写字母 f 表示,单位为赫兹(Hz),如果 1 秒内变化一个周期,频率是 1 Hz。周期与频率互为倒数关系,即

$$f = \frac{1}{T} \quad (3.1)$$

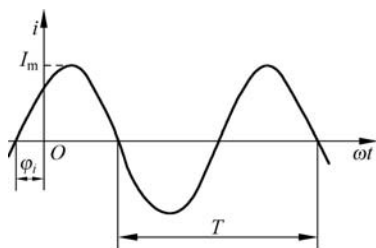


图 3.2 正弦交流电的波形

在我国,发电厂提供的交流电的频率为 50 Hz,称为工业标准频率,简称工频。世界上少数国家(美国、日本等)采用 60 Hz。不同的技术领域使用的频率是不同的。例如,无线电工程使用的频率是以 kHz、MHz 为单位。

正弦量变化一个周期与变化了 2π 的弧度是相等的,所以正弦量随时间变化的快慢还可以用角频率 ω 来表示,角频率 ω 指的是正弦量在 1 秒时间内变化的角度,即

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3.2)$$

式中,角频率单位为弧度/秒,用 rad/s 表示。

1) 瞬时值和有效值

正弦交变的电动势、电压及电流可以用数学的三角函数来表示,即

$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.3)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (3.4)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (3.5)$$

正弦交流电在变化过程中任一瞬间所对应的数值,称为瞬时值,用小写字母 e 、 u 、 i 表示。瞬时值中最大的数值称为正弦交流电的最大值或振幅,用大写字母加下标“m”表示,即 E_m 、 U_m 、 I_m 。

交流电的瞬时值在使用中不方便,因此在使用中常用它的有效值来表示。正弦电流的有效值是这样规定的:将数值相同的两个电阻 R 分别通以直流电流 I 和正弦电流 i ,如果在一个周期的相同时间内发热量是相等的,则把这个直流电流 I 的数值叫作正弦电流 i 的有效值。

交流电在一个周期 T 内所产生的热量为

$$Q = \int_0^T i^2 R dt \quad (3.6)$$

直流电在同一时间内所产生的热量为

$$Q = I^2 RT \quad (3.7)$$

周期性函数的有效值等于其瞬时值的平方在一个周期内的积分平均值的平方根值。

$$\int_0^T i^2 R dt = I^2 RT \quad (3.8)$$

得

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (3.9)$$

设交流电流 $i = I_m \sin \omega t$, 则有效值为

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt} \\ I &= I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} \\ I &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m \end{aligned} \quad (3.10)$$

同理,正弦电压和正弦电动势的有效值分别为

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m \quad (3.11)$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0.707 E_m \quad (3.12)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$$

因此,正弦交流电的最大值是有效值的 $\sqrt{2}$ 倍。

在实际应用中,通常所说的交流电的电压或电流的数值均指的是有效值。交流电压表、电流表测量指示的电压、电流读数一般都是有效值。一般只有在分析电气设备的绝缘耐压能力时,才用到最大值。

有效值一般用大写字母表示。如正弦电流、电压、电动势分别用 I 、 U 、 E 表示。

2) 相位、初相位、相位差

以正弦电流为例,如图 3.3 所示,正弦电流的表达式为

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.13)$$

式(3.13)中 $\omega t + \varphi$ 称为正弦交流电的相位角,简称相位,单位是弧度(rad)。当 $t = 0$

时, $\omega t + \varphi = \varphi$ 称为初相位角或初相位。初相位的取值范围为 $-180^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ 。初相位决定了正弦量在 $t=0$ 时刻的值, 即初始值。初相位与计时起点的选择有关, 是区别同频率正弦量的重要标志之一。在分析和计算正弦电路时, 常用到两个同频率正弦量相位之差的概念, 即相位差。

例如, 电压与电流的相位差为

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \\ i &= I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \\ (\omega t + \varphi_u) - (\omega t + \varphi_i) &= \varphi_u - \varphi_i = \varphi \end{aligned} \quad (3.14)$$

因此, 两个同频率正弦量的相位之差等于这两个正弦量的初相位之差, 用 φ 表示。两个同频率正弦量的相位之差始终不变, 因为它与计时起点无关。根据 φ 的取值不同, 两个正弦量的相位关系也不同。

若 $\varphi=0$, 表明 $\varphi_u = \varphi_i$, 则 u 与 i 同时到达最大值, 也同时到达零点, 称 u 与 i 同相, 如图 3.3(a) 所示。

若 $\varphi>0$, 表明 $\varphi_u > \varphi_i$, 则 u 比 i 先达到最大值, 也先达到零点, 称 u 超前 i 一个相位角 φ , 如图 3.3(b) 所示。

若 $\varphi<0$, 表明 $\varphi_u < \varphi_i$, 则 u 滞后 i 一个相位角 φ , 如图 3.3(c) 所示。

若 $\varphi=\pi$, 表明 $\varphi_u - \varphi_i = \pi$, 则 u 与 i 反相, 如图 3.3(d) 所示。

若 $\varphi=\pi/2$, 表明 $\varphi_u - \varphi_i = \pi/2$, 则 u 与 i 正交, 如图 3.3(e) 所示。

必须指出, 在比较两个正弦量之间的相位时, 两正弦量一定要同频率才有意义。否则随着时间的不同, 两正弦量之间的相位差是一个变量, 就没有意义。

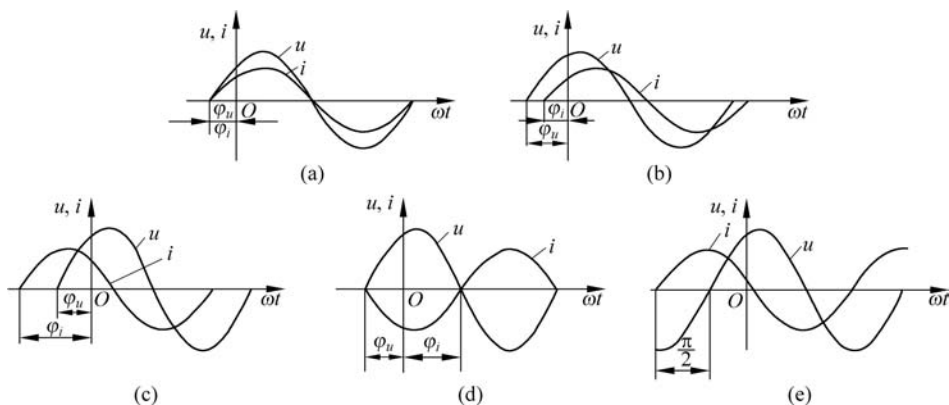


图 3.3 正弦交流电波形图

【例 3.1】 已知某正弦交流电压为 $u = 311 \sin 314t$ (V), 试求该电压的最大值、频率、角频率和周期各为多少。

解: 由题意可知, 电压的最大值为

$$U_m = 311 \text{ V}$$

角频率为

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

频率为

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50(\text{Hz})$$

周期为

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02(\text{s})$$

【例 3.2】 如图 3.4 所示的正弦交流电,写出它们的瞬时值表达式。

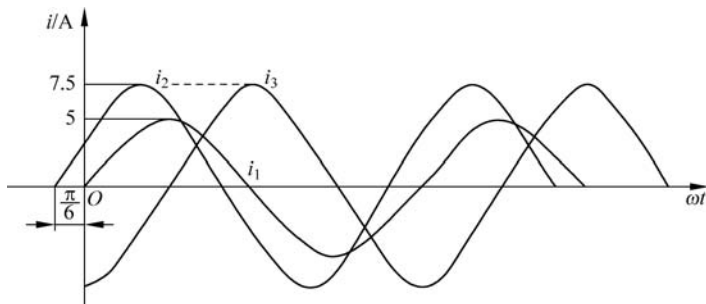


图 3.4 例 3.2 图

解:

$$i_1 = 5\sin\omega t$$

$$i_2 = 7.5\sin(\omega t + \pi/6)$$

$$i_3 = 7.5\sin(\omega t - \pi/2)$$

【例 3.3】 分别写出图 3.5 中各电流的相位差,并说明相位关系。

解: (1) $\varphi_{12} = -90^\circ$, 滞后;

(2) $\varphi_{12} = 0^\circ$, 同相;

(3) $\varphi_{12} = \pi$, 反相;

(4) $\varphi_{12} = 3/4\pi$, 超前。

3.1.2 正弦交流电的相量表示

如果直接利用正弦量的解析式或波形图计算正弦交流电路,则会非常烦琐和困难。工程计算中通常采用复数形式表示正弦量,把对正弦量的各种运算转化为复数的各种运算,从而大大简化正弦交流电路的分析计算过程,这种方法叫相量法。在介绍该方法之前我们先复习一下相关的复数知识。

1. 复数及其运算

1) 复数的应用

复数在数学中常用 $A = a + bi$ 表示, a 、 b 分别为复数的实部和虚部, $i = \sqrt{-1}$ 称为虚数单位。在电工技术中,为区别于电流的符号,虚数单位常用 j 表示。

用直角坐标的横轴表示实轴,以 $+1$ 为单位;纵轴表示虚轴,以 $+j$ 为单位,实轴和虚轴构成复数坐标平面,简称复平面,如图 3.6(a) 所示。任何一个复数都可与复平面上的一个确定点相对应。

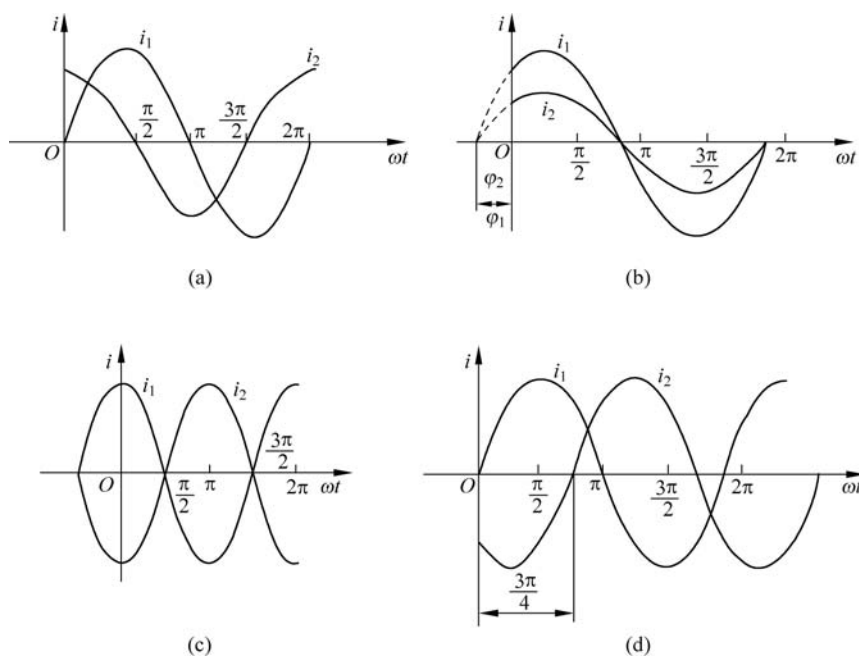


图 3.5 例 3.3 图

复数也可以用由实轴和虚轴组成的复平面上的有向线段表示。如图 3.6(b)所示,用有向线段连接坐标原点 O 和 A ,在线段末端带有箭头,成为一个矢量,该矢量就与复数 A 对应。这种表示复数的矢量称为复数矢量。把 $r = |A| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 称为复数的模, $\varphi = \arctan \frac{b}{a}$ 称为辐角。不难看出,复数 A 的模在实轴上的投影就是复数 A 的实部,在虚轴上的投影就是复数 A 的虚部,即

$$a = r \cos \varphi$$

$$b = r \sin \varphi$$

则复数 A 可以表示为

$$A = a + jb = r e^{j\varphi} = r \cos \varphi + j r \sin \varphi = r \angle \varphi \quad (3.15)$$

式中用等号连接的各表达式分别称为复数的代数形式、指数形式、三角函数形式和极坐标形式。一般在分析和计算电路中,多采用代数形式和极坐标形式。

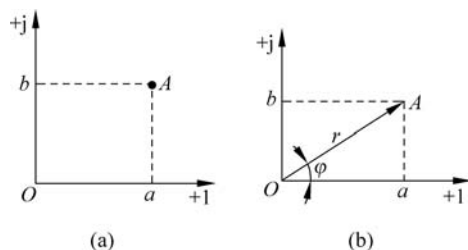


图 3.6 复数的表示

【例 3.4】 现有复数 $A_1 = 3 - j4$, 求出它们的其他三种表达式。

解: $A_1 = 5e^{j(-53.1^\circ)} = 5\cos 53.1^\circ - j5\sin 53.1^\circ = 5\angle(-53.1^\circ)$

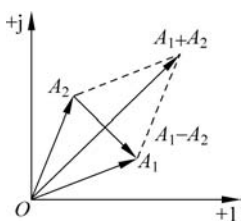


图 3.7 复数的加减法矢量表示

2) 复数的运算

$$A_1 = a_1 + jb_1 = r_1 \angle \varphi_1, \quad A_2 = a_2 + jb_2 = r_2 \angle \varphi_2$$

(1) 复数的加、减法。

代数形式: 实部和实部相加减, 虚部和虚部相加减。加、减运算用代数形式较为方便。复数的加减法运算也可以在复平面上作图完成, 复数相加用平行四边形法则, 复数相减用三角形法则。如图 3.7 所示。

$$A_1 \pm A_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \quad (3.16)$$

(2) 复数的乘、除法。

$$\begin{cases} A_1 \times A_2 = r_1 \angle \varphi_1 \times r_2 \angle \varphi_2 = r_1 r_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2) \\ \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2) \end{cases} \quad (3.17)$$

复数乘、除法的规则如下。

① 复数相乘, 模相乘, 辐角相加。

② 复数相除, 模相除, 辐角相减。

注意: 复数的乘、除运算应用极坐标形式较为方便。

复数乘以 j 或 $-j$ 是复数乘法运算的特例。因为 $\pm j = 0 \pm j = 1 \angle \pm 90^\circ$, 所以 $\pm j$ 可以看成是一个模为 1, 辐角为 $\pm 90^\circ$ 的复数。复数 A 乘以 $j(-j)$, 则为

$$\pm jA_1 = 1 \angle \pm 90^\circ r_1 \angle \varphi_1 = r_1 \angle (\varphi_1 \pm 90^\circ)$$

因此, 任意一个复数乘以 $j(-j)$, 其模值不变, 辐角增加(减少) 90° , 相当于在复平面上把复数矢量逆时针(顺时针)旋转 90° , j 称为旋转 90° 的算子。

2. 正弦交流电的相量

如图 3.8(a)所示, 设某正弦交流电流为 $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$, 在复平面上做一矢量, 矢量的长度按比例等于正弦交流电流的振幅或有效值, 矢量与横轴正方向之间的夹角为初相角 φ_i , 矢量以角速度 ω 绕坐标原点逆时针方向旋转, 如图 3.8(b)所示。当 $t=0$ 时, 该矢量在纵轴上的投影为 $Oa = I_m \sin \varphi_i$, 经过一定时间 t_1 后, 矢量从 OA 转到 OB , 此时该矢量在纵轴上的投影为 $Ob = I_m \sin(\varphi_i + \omega t_1)$ 。由此可见, 上述旋转矢量既能反映出正弦量的三要素, 又能通过它在纵轴上的投影确定正弦量的瞬时值, 所以复平面上一个旋转矢量可以完整地表示一个正弦量。复平面上的矢量与复数对应, 因此用复数 $I_m e^{j\varphi_i}$ 来表示复数的起始位置, 再乘以旋转因子 $e^{j\omega t}$ (该复数的模值为 1, 辐角 ωt 随时间正比增长), 便为上述旋转矢量, 即 $I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = Ob$ 。

$$I_m e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t} = I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)} = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) + jI_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

由此可见, 一个复指数函数的虚部就是一正弦函数, 或者说一个正弦函数等于复指数函数的虚数部分。但注意复数本身并不一定是正弦函数, 因此用复数对应地表示一个正弦量并不意味着两者相等。

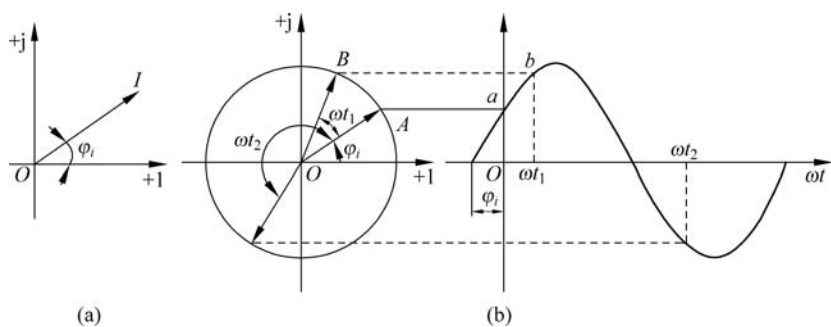


图 3.8 正弦量的相量图

由于正弦交流电路中角频率常为一定值,电压、电流都是同频率的正弦量,一般只需要确定正弦量的最大值和初相位两个要素,因此常把旋转因子 $e^{j\omega t}$ 省去,而用复数 $I_m e^{j\varphi_i}$ 对应地表示一个正弦量。把这样能够表示正弦量的最大值和初相位的复数称为正弦量的相量。在电量的大写字母上方加“ $\cdot$ ”,用来与一般的复数相区别。即

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i} = I_m \angle \varphi_i \quad (3.18)$$

式(3.18)称为最大值相量,由于工程实践中大多使用有效值表示正弦量的大小,为此取复数的模等于正弦量的有效值,即有效值相量。

$$\begin{cases} \dot{I} = I \angle \varphi_i \\ \dot{U} = U \angle \varphi_u \end{cases} \quad (3.19)$$

【例 3.5】 试用相量的指数式和代数式表示正弦电压 $u = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 300)(V)$ 。

解: (1) 指数式为

$$\dot{U}_m = 10\sqrt{2} e^{j30^\circ}$$

(2) 代数式为

$$\dot{U}_m = 10\sqrt{2} \cos 30^\circ + j10\sqrt{2} \sin 30^\circ = 10\sqrt{2} \times 0.866 + j10\sqrt{2} \times 0.5 = 12.2 + j7.05(V)$$

【例 3.6】 在图 3.9 所示的电路中, $R = 10 \Omega$, $u_R = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)(V)$, 试求电流 i 的相量表达式和瞬时值表达式。

解: 由 $u_R = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)(V)$ 得,

电压 u 的相量表达式为

$$\dot{U}_R = 10 \angle 30^\circ V$$

电流 i 的相量表达式为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R} = 1 \angle 30^\circ (A)$$

电流 i 的瞬时值表达式为

$$i = \frac{u_R}{R} = \sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) (A)$$

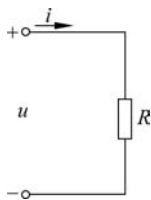


图 3.9 例 3.6 用图

【例 3.7】 试用相量的指数式和代数式表示正弦电压 $u = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ (V)。

解: (1) 指数式为

$$\dot{U}_m = 10\sqrt{2} e^{j30^\circ} \quad \text{或} \quad \dot{U} = 10 \angle 30^\circ$$

(2) 代数式为

$$\dot{U}_m = 10\sqrt{2} \cos 30^\circ + j10\sqrt{2} \sin 30^\circ = 10\sqrt{2} \times 0.866 + j10\sqrt{2} \times 0.5 = 12.2 + j7.05 \text{ (V)}$$

3. 同频率的正弦量和的相量与它们的相量之和

在复平面上, 用矢量表示的相量称为相量图, 下面通过例子加以说明。

【例 3.8】 已知两个电压 $u_1 = 141 \sin(\omega t + 45^\circ)$ (V), $u_2 = 84.6 \sin(\omega t - 30^\circ)$ (V)。求:

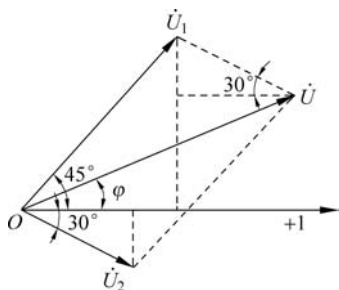


图 3.10 正弦量的相量图

(1) 相量 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 。

(2) 若电压 $u = u_1 + u_2$, 写出电压 u 的瞬时值表达式。

解: (1) $\dot{U}_1 = 100 \angle 45^\circ$, $\dot{U}_2 = 60 \angle -30^\circ$

(2) 因为 $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$, $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 的模应按照相同的比例确定, 由平行四边形法则作出 $\dot{U}$, 相量图如图 3.10 所示。应注意的是, 在同一相量图中, 各相量所表示的正弦量必须是同频率的正弦量。

从相量图中各相量之间的几何关系, 得

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{(U_1 \cos \varphi_1 + U_2 \cos \varphi_2)^2 + (U_1 \sin \varphi_1 + U_2 \sin \varphi_2)^2} \\ &= \sqrt{(100 \cos 45^\circ + 60 \cos 30^\circ)^2 + (100 \sin 45^\circ - 60 \sin 30^\circ)^2} \\ &= 129 \text{ (V)} \\ \varphi &= \arctan \frac{U_1 \sin \varphi_1 + U_2 \sin \varphi_2}{U_1 \cos \varphi_1 + U_2 \cos \varphi_2} = \arctan \frac{100 \sin 45^\circ - 60 \sin 30^\circ}{100 \cos 45^\circ + 60 \cos 30^\circ} = 18.4^\circ \end{aligned}$$

则电压 u 的瞬时值表示为

$$u = 129\sqrt{2} \sin(\omega t + 18.4^\circ) \text{ (V)}$$

由例 3.8 可知, 同频率正弦量相加的问题可以转化为对应的相量相加, 其运算结果仍是同频率的正弦量, 即同频率正弦量和的相量等于正弦量相量的和。

3.1.3 EE1410 合成函数信号发生器

EE1410 合成函数信号发生器如图 3.11 所示。

1. 操作按键说明



调幅
表示选择正弦波, 第二功能为进入调幅功能。



调频
表示选择方波, 第二功能为进入调频功能。



频移键控
表示选择脉冲波, 第二功能为进入移频键控功能。



相移键控
表示选择三角波, 第二功能为进入相频键控功能。