

第1章 静电场的基本概念

牛顿曾经说：“我认为自己不过像在海滩上玩耍的男孩，不时地寻找比较光滑的卵石或比较漂亮的贝壳，以此为乐。而我面前，则是一片尚待发现的真理的大海。”在我们面前，真理的大海也包括电现象、磁现象……

从本章开始，我们学习高中物理的电磁学部分。

可能所有的老师在这一章开头都会说一句：“电磁搭台，力学唱戏。”从习题的角度看，确实是这样，看似考查电磁学的知识点，仔细一想都是力学的思路。但事情远不止于此，牛顿建立起的“力学大厦”不仅发展出一些概念、规律，而且发展出一套非常有效的研究方法——观察、猜想、归纳、演绎、实验验证。这一套研究方法同样适用于对电磁学的研究。

静电场作为电磁学的开篇（教材必修三第九章），在整个物理学中起着承前启后的作用。“承前”是把力学中已经初步建立起来的力相互作用的观念进一步用于对静电现象的讨论。通过对静电力的讨论，建立起电场强度的概念，奠定静电学的基础。具体来说，包括：静电的起源——电荷；电荷间的相互作用规律——库仑定律；电荷

间相互作用的中介——电场；电荷相互作用的应用——静电平衡和静电屏蔽。“启后”是把静电场中相互作用的观念引申到能量观念，引出电势能、电势、电势差等描述静电场的另一途径。

1.1 电 荷

教材上介绍，电学的研究可以上溯到公元前 600 年左右，古希腊学者泰勒斯发现了摩擦过的琥珀能吸引轻小物体的现象。公元 1 世纪，我国学者王充在《论衡》一书中也记录了相似的现象。但我以为，“发现”并不意味着开始“研究”。科学的迅速发展大概是从 16 世纪开始的，之前几乎一直在“厚积”，等到了今天大家常说的知识爆炸时代，我们再也没有“终日所思也”“悠然见南山”的那种“慢生活”。岁月静好不属于年轻人，那是退休老人在夕阳下的静好。在时代大潮中，年轻人只有不断学习、不断努力，才能不被拍在沙滩上。

这一节我们要搞清楚几个问题：什么是电？为什么说世界上只有两种电荷？怎么使物体带电？怎么检验物体带了电，以及带电的多少？

1.1.1 什么是电荷

什么是电？不要组词，也不要举例，请为电下定义。

电是一种性质。教材上介绍，16 世纪，英国科学家吉尔伯特在研究这类现象时首先根据希腊文的琥珀创造了英语中的“electricity”(电)这个词，用来表示琥珀经过摩擦以后具有的性质，并且认为摩擦过的琥珀带有**电荷**(electric charge)。

想一想，“琥珀经过摩擦以后具有的性质”其实就是能吸引轻小物体。与此类似，物体带了电，就具有了能吸引轻小物体、能使蛙腿抽搐、能电人、能放电等性质。

电荷是什么？“荷”(hè)有背、扛、承担之意，如荷载、负荷、荷枪实弹。陶渊明诗云：“晨兴理荒秽，带月荷锄归。”电荷是指电的载体，也指带电体。在 16—18 世纪甚至更晚，物体带电是一件摸得着(被电)但看不见的事情(带电)。学物理的人具有的物理观念是“世界是物质的，物质是普遍联系的，各种运动的本质是可度量、可比较的”等，于是我们认为电的这种性质一定需要一些载体来荷载它，故叫作“电荷”。

现在我们知道电荷有正、负两种，分别对应质子与电子带电，但在电子、原子核、质子被发现之前，人们怎样确定正、负电荷呢？在 18 世纪，人们在实验室发现，世界上只有两种电荷，要么与被丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷相同，要么与被毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电荷相同；而且同种电荷相互排斥，异种电荷相互吸引；从没见过既与被丝绸摩擦过的玻璃棒相互吸引又与

被毛皮摩擦过的橡胶棒相互吸引的电荷，或者既与被丝绸摩擦过的玻璃棒相互排斥又与被毛皮摩擦过的橡胶棒相互排斥的电荷。美国科学家富兰克林通过风筝实验发现，雷电的性质与摩擦产生的电的性质相同，也必是那两种，于是他首先以正电荷和负电荷来区分两种电荷。笔者认为“自然界的电荷只有两种”是电学最基本的定律——虽然它没有被明确成一条定律。如果哪一天发现了第三种电荷，即和目前规定的正、负电荷都相互吸引或被一个正电荷吸引、被另一个正电荷排斥的电荷，那就太好了！如此一来，所有的电学教材都得改写，所有人的电学知识都被颠覆，大家都得从头探索、从头学习，或许我们也会成为物理学家……但并没有这样的第三种电荷。正因如此，才会以“正”“负”来表示电荷的种类，因为它们只有两种而且可以互相抵消。

电荷量的单位——库仑不是基本单位，1 库仑(C)=1 安培·秒(A·s)，安培才是国际单位制中的基本单位。

1.1.2 怎么让物体带电

怎么才能让物体带电呢？注意我的问法不是“怎么产生电荷”，而是“怎么才能让物体带电”。所有的物体内部都有电荷，而且量很多，比如我们的身体里有 $10^{28} \sim 10^{30}$ 个电子。可为什么我们的身体不带电？这是因为我们体内有等量的正电荷与负电荷中和。现在我们已经很清楚地知道了原子结构，知道原子核中的质子带正电，电子带负电。物体从不带电变成带电，其实就是打

破原本的“中和”，使得正、负电荷总量不相等。不管物体带电还是不带电，电荷都在那里，所以我们不能产生电荷，只能使物体“显示出”带电。

物体带电本质上是电子的转移，不是原子核的转移。科学家在黑暗中摸索了很久，总结出三种让物体带电的方式：摩擦起电、接触起电、感应起电。为了区分这三种起电方式中电子转移的情况，我用三个不同的词分别描述这三种方式，即剥夺、分配和分布。

摩擦起电对应着“剥夺”，是因为相互接触的不同物体束缚电子的能力不同。束缚力更强的物体剥夺了束缚力较弱的物体的电子，从而带负电；失去电子的物体则带正电。

能够摩擦起电的物体当然不只有毛皮、橡胶棒、玻璃、丝绸。如果把金属与周围环境绝缘，金属互相摩擦也可以带电。

人们把常见物体的摩擦起电序列排列出来，如图 1-1 所示。排在左侧的物体与其右侧的物体摩擦后，左侧物体带正电。

高	皮	羊	蚕	聚	粘	棉	醋	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	聚	低
(+)	肤	毛	丝	酰	胶	纤	酸	甲	乙	丙	对	氨	碳	氯	苯	苯	乙	丙	偏	(-)
				胺	纤	维	基	烯	烯	苯	酯	酸	乙	醚	烯	烯	烯	烯	二	
				维	维	丙	醇	腈	二		酯	烯	烯						氯	
						烯	缩		甲										乙	
						酸	甲		酸										烯	
						甲	醛		乙											
						酯			二											
									酯											

图 1-1

接触起电对应着“分配”，即不带电的物体与带电物体接触后也带了电。这一情况对于导体而言更加明显，完全相同的导体球相互接触后必然平分电荷。用这一办法可以使小球的带电荷量变为 $Q/2, Q/4, Q/8 \dots$

感应起电对应着“分布”，是指没有直

接接触而互相影响的现象。对这一过程的理解稍微麻烦一些，这里先做初步的介绍。

如图 1-2 所示，物体 A、B 整体因为长得像枕头，常被称为枕形导体；又因为与周围绝缘而被称为绝缘导体。当带正电的带电体 C 靠近枕形导体 A 端时，导体上的电子会受向左的吸引力而向 A 端聚集，从而使 B 导体带正电、A 导体带负电，两端的铝箔张开。此时分开导体 A、B 并移走 C，铝箔仍张开，说明其各自带电。然后接触导体 A、B，铝箔闭合，说明之前导体 A、B 带等量异号电荷。导体 A、B 各自带电的这个过程叫感应起电。注意产生感应起电的物体不必是“枕形”的导体，其他形状的导体也可以产生这样的现象。

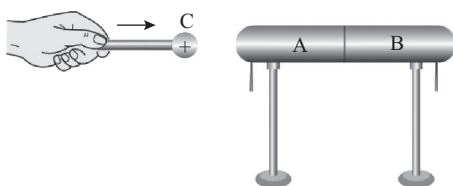


图 1-2

1.1.3 怎么检验物体带电

上面所说的铝箔起什么作用？是使看不见的带电可视化。同理，我们可以制作检验物体带电的仪器，即验电器和静电计，如图 1-3 所示。

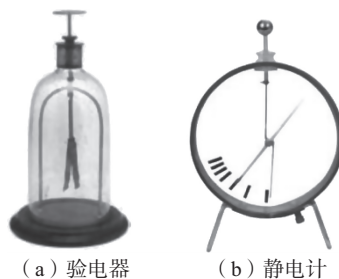


图 1-3

验电器由两片铝箔与中心导体棒相连,导体棒与验电器外壳绝缘。当带电体接触验电器导体顶端时,导体带电,两片铝箔也带上了同种电荷。带电越多,铝箔张开的角度越大,但二者未必呈正比例关系。静电计的结构与验电器类似,不同的是用固定于转轴导体的指针和可绕转轴转动的指针取代了两片铝箔,指针的重心位于转轴略下方。当指针转过一定角度时,其重心升高很少,因此静电计更加灵敏。

这一部分的内容有些散,大部分是常识,建议读者抓住“两种电荷、三种方式、总量守恒、最小一元”这几个关键词。

我们以现在的眼光看三种起电方式,不难发现,它们本质上都只是电子的转移,系统总电荷量并没有变化。教材上说,“追寻守恒量是物理学研究物质世界的重要方法之一,它常使人们揭示出隐藏在物理现象背后的客观规律”。这里所说的守恒量就是总电荷量。电荷守恒定律与机械能守恒定律、动量守恒定律一样,表述的格式一如既往地遵循“条件—结论”结构:条件是系统与外界没有电荷交换;结论是电荷量的代数和保持不变。

我们需要注意,上述结论是在不知道质子、电子存在的前提下总结或猜想出来的,这很不容易。

1.1.4 电荷的量

“最小一元”指的是电荷量的量子化。实验证明,电荷总是以一个基本单元的整数倍出现的,这个基本单元叫作“元电荷”,常以 e 表示。一看到 e ,同学们就会想到电

子,想一下元电荷是正电荷还是负电荷?其实都不是,元电荷不分正负,只是一个数值,还是一个绝对值,即元电荷是物体带电的最小量,是一个电子所带电量的绝对值,是电荷量的最小单元,也可以叫作“基本电荷量”。

电荷具有基本单元这种说法最初是根据电解现象中通过的电荷量和析出物质的质量之间的关系提出的,法拉第、阿累尼乌斯等都为此作出了重要贡献,他们的结论是一个离子的电荷量只能是一个基本电荷的电荷量的整数倍。1890年,爱尔兰科学家斯通尼才引入“电子”这一名称来表示带有负的元电荷的粒子;1897年,汤姆逊在阴极射线实验中发现了电子;1913年,密立根设计了著名的油滴实验,测定了元电荷的量值,并因此获得诺贝尔物理学奖。之后又有许多人测量元电荷的数值,现在公认的值为 $1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。

关于带电荷量的最小基本单元,同学们也有疑问:老师,我怎么听说夸克可能带 $\pm \frac{1}{3}e$ 或者是 $\pm \frac{2}{3}e$ 的电荷,这不就意味着 e 并非最小吗?确实如此,但是要注意,人们至今仍未在实验中发现单独存在的夸克。

1.2 库仑定律

认识到电荷只有两种,以及同种电荷相互排斥、异种电荷相互吸引之后,人们继续探索它们之间作用力的定量规律。这方面的成就,人们归功于法国科学家库仑(Coulomb)。教材上更是引用劳厄(Max

von Laue, 德国物理学家, 1912 年获得诺贝尔物理学奖) 的话“直到库仑定律发表的时候, 电学才进入科学的行列”来充分肯定库仑定律在静电学研究方面的里程碑意义。于是我们又想起了那一句: “一门学科, 只有跟数学相结合, 才能在真正意义上称为科学。”

1.2.1 库仑定律的内容

教材上对库仑定律的研究是从图 1-4 所示的“影响电荷间作用力大小的因素”实验开始的, 通过这个实验得到了一个定性的结论: 电荷之间的相互作用与电荷量呈正相关, 与距离呈负相关。

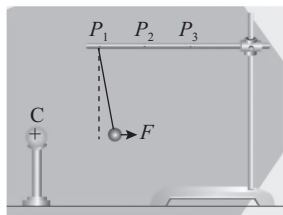


图 1-4

然而, 在电学发展过程中, 科学家对这种相互作用的研究却是从猜测开始的。教材上说: “类比在库仑定律的建立过程中发挥了重要的作用。类比会引起人们的联想, 产生创新。”在库仑定律的发现过程中, 许多人猜测电力会不会和万有引力一样, 服从“平方反比”规律。“但是类比不是严格的推理, 不一定正确, 由类比而提出的猜想是否正确需要实践的检验。”

库仑不仅坚信这一猜测, 而且设计了非常精妙的库仑扭秤实验装置(见图 1-5)进行研究, 总结确认了电荷之间的相互作用规律, 即库仑定律(Coulomb's law): 真空中

中两个静止点电荷之间的相互作用力, 与它们的电荷量的乘积成正比, 与它们的距离的二次方成反比, 作用力的方向在它们的连线上。用公式表示, 即

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

其中, k 的单位是 $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, 数值为 9.0×10^9 ; 也可以用国际单位制的基本单位表达为 $\text{kg} \cdot \text{m}^3/(\text{A}^2 \cdot \text{s}^4)$ 。

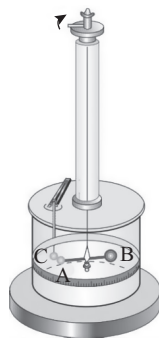


图 1-5

这个规律和万有引力定律 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

很相似, 记住也不难。但我们有必要了解定律背后的一些知识。

第一, 点电荷(point charge)是一个理想化模型。两个实际的带电体之间的作用力当然与它们各自的大小、形状及电荷分布有关系, 如果一开始就纠结于这些具体特征, 就不利于找到一般规律。和万有引力定律适用于质点之间一样, 当带电体之间的距离远大于自身的大小, 以至于其大小、形状、电荷分布状况对它们之间的作用力的影响可以忽略不计时, 我们把它们看作带电的点——点电荷。世界上没有点电荷, 就像没有质点一样, 都只是我们抽象出来的理想化模型。建立理想化模型, 是为

了寻找一般规律。理论分析还进一步指出,两个均匀带电球体或球壳之间也可以直接用库仑定律计算其作用力,这与均匀质量的球体或球壳之间的万有引力的计算同理。

第二,如何测量小球的带电荷量? 库仑所处的年代还没有办法测量物体所带的电荷量,甚至连电荷量的单位都没有。让两个相同的金属球相接触从而平分电荷真是一个好想法! 但教材上并不是从对称的角度说平分的,而是依据“它们对相隔同样距离的第三个小球的作用力相等”这个事实讲解的!

第三,为什么要强调“真空、静止”? “真空”是要在最简单的情况下研究其作用规律,排除所处介质(绝缘材料,如空气、纯水、油、橡胶等物质)的影响;“静止”指的是两点电荷相对静止,且相对于观察者静止。用中学物理的知识想象一下,运动电荷产生磁场,而磁场对另一个运动电荷是不是也会有作用力? 我们先把静止电荷间的作用力想清楚以后再说。由于空气的介电性质与真空很接近,在实际教学中,我们常把“真空”这个条件放宽到“空气”;而“静止”这个条件也会放宽到“其中一个电荷静止”,甚至“两个都运动但运动速度不快”,不然中学物理老师就会少布置好多作业了。所谓“水至清则无鱼,物理至察则无用”,一切在理想化的条件下成立的物理规律在实际应用时都是近似的,差别只在于我们能不能接受这个近似。

第四,这里的 r^2 是不是严格的二次方? 为什么不能是 r 的 $(2+\delta)$ 次方? 也许只是

δ 很小而没有测量出来呢? 后来的许多人设计的许多精巧实验证明,这个 r^2 就是严格的二次方。

第五,如果一个电荷受多个点电荷共同作用怎么办? 答案是利用力的叠加原理:作用在每个电荷上的总静电力等于其他点电荷单独存在时作用于该电荷的静电力的矢量和。这样,研究两个实际带电体之间的静电相互作用,就可以先把带电体分割成无限多的、可以看作点电荷的所谓“微元”,然后把两两之间的作用力无限累加。不过,即便有了想法我们现在还不具备这样做的数学基础(微积分知识与定理)。

1.2.2 巨大的静电力

现在来想象一下静电力的大小。虽然与万有引力一样,都满足平方成反比律,但它比万有引力强得多,主要是因为静电力常量 $k=9.0\times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ 要比引力常量 G 大得多。在国际单位制中,公式 $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ 中的电荷、距离和力的单位已经确定,所以 k 不能再任意指定,而只能按照已有的 1C 、 1m 、 1N 通过实验测定。这个 $9.0\times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ 有多大? 想象两个 1C 的点电荷相距 1m 远,它们之间的静电力能拉起 9 艘 10 万吨的航母! 而相距 1m 远的两个 1kg 的质点之间的万有引力只有 $6.67\times 10^{-11}\text{ N}$ 。当然 1C 和 1kg 是不能比较大小的,教材第 8 页例题 1,比较的是氢原子核与电子之间的静电力与万有引力的关系,前者是后者的 2.3×10^{39} 倍。

但是我们又不得不感叹造物主的妙笔

神工。虽然静电力这么强大,但由于世界万物都是由海量带正电的质子与带负电的电子所组成的,且在大体积的物体中正、负电荷几乎是平衡的,因而很少表现出静电力。假设此时你和我相距只有一臂之遥,我们的电荷分布突然出现了一点点不平衡,各自都具有比本身的质子仅多出1%的电子,那么这个斥力将足以举起整个地球(地球质量约为 $6 \times 10^{24} \text{ kg}$)!

而万有引力因为只有吸引力没有排斥力,在同样的距离上,它会随着质量的增大而单调增大,所以天体的运动完全不用考虑电的相互作用的影响。这也让我们见识了恒心与坚持的力量。

1.2.3 初步认识电介质

前面我们学习库仑定律时,强调是在“真空”而不是“电介质”中,而且列举了空气、纯水、油、橡胶等物质。粗略地理解,电介质即绝缘材料,如果我们将来进入相关领域,当然会有更进一步的界定与分类,现在我们暂时不细想。那么在电介质中研究两个静止的点电荷之间的作用力,会遇到什么问题呢?

导体与绝缘体之间的根本区别,在于是否有可以自由移动的“自由电荷”。在理想的电介质(绝缘材料)中,我们认为没有这样的“自由电荷”,因为它里边的所有电子都被束缚在原子周围(称为“束缚电荷”),即使有少量“自由电荷”,也被忽略(无视)了。

但是电介质的分子或原子正电与负电的中心(不妨称之为“电心”)往往并不重合,而是会形成所谓的“有极性分子”。考

虑把前面图 1-2 分析感应起电时的枕形导体 A、B 换成绝缘体,因为 A、B 中的电荷不能自由移动,所以 A、B 即使分开,各自的总电荷量也还是为 0。不过,A、B 中的分子虽然不能移动,但可以发生取向上的变化,从最初的完全杂乱无章变得略有秩序,就像铁磁性物质的磁化,我们相应地称之为电介质的“电极化”,简称“极化”。这样就使得在中间任何一部分切下的一小块都能叫“宏观无限小而微观无限大”,就是说虽然这一小块很小,但里边仍然有足够多的分子、原子,而不至于切出来半个原子那么小,因而整体仍然是电中性的。但在 A、B 的表面,比如 A 的最左端的几个原子厚的那一层,当然是显负电的。

我们前面研究的两个点电荷如果处于足够大区域的电介质中(实际上前面讨论的真空中也应该加上“无限大”,不然边界处的情况是否会被影响?虽然可以忽略,但逻辑上是有漏洞的),又会是怎样一种场景呢?就像两块糖放在无限多的芝麻中,两块糖之间的作用力可能就变成了两块芝麻糖之间的作用力,因为每一个点电荷表面都附着了介质边界上的那一薄层极化电荷。这个力显然小于原来的两块糖之间的作用力,比如小到原来的 $\frac{1}{\epsilon}$,这个 ϵ 当然取

决于这些电介质本身是否容易极化,不妨称之为“介电常数”,它没有单位。这个介电常数越大,表明介质越容易极化,显然,真空的介电常数是 1。

关于电介质,我们先掌握以上内容,后面再从其他角度加深了解。

1.2.4 库仑定律习题课

说到库仑定律的习题,让我们又回忆起了熟悉的研究对象、运动状态、受力分析、合成分解这一套操作。

例 1-1 在真空中有 A、B、C 三个点电荷,仅考虑三者之间的静电力,使三者都处于平衡状态。对三个点电荷的电荷量、电荷的正负及相互位置关系,能作出哪些判断?

【答案与分析】 分别以 A、B、C 三个点电荷为研究对象,可以判断三者必然在一条直线上,因为其他两个点电荷对它的作用力必须平衡。然后我们画出其相对位置示意图及各符号含义,如图 1-6 所示。以 B 为研究对象,可知 q_1 、 q_3 必然同号,而且有 $k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_3 q_2}{r_2^2}$,若 $r_1 > r_2$,必有 $q_1 < q_3$;以 A 为研究对象,可知 q_2 、 q_3 必然反号,而且有 $k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_3 q_1}{(r_1 + r_2)^2}$;同理,以 C 为研究对象,可知 q_1 、 q_2 必然反号,而且有 $k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = k \frac{q_3 q_1}{(r_1 + r_2)^2}$,但这个式子可以由前两个式子推出,所以只能列出两个独立方程,也就是只能解出两个未知数。各种以此为基本场景的问题会求不同的量,但我们可以总结出必然结论:“同夹异,大夹小,远者多,近者少”。

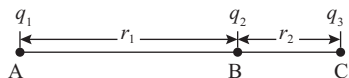


图 1-6

例 1-2 如图 1-7 所示,三个完全相同的金属小球 a、b、c 位于等边三角形的三个顶点上。a 和 c 带正电, b 带负电, a 所带电

荷量比 b 小。已知 c 受到 a 和 b 的静电力的合力可用图中四条有向线段中的一条来表示,它应是()。

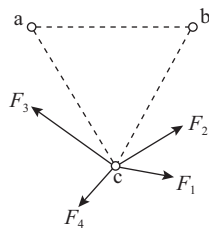


图 1-7

- A. F_1 B. F_2 C. F_3 D. F_4

【答案】 B。

【分析】 根据“同种电荷相互排斥、异种电荷相互吸引”可知, c 受到 a 和 b 的静电力方向如图 1-8 所示, 由于 a 所带电荷量比 b 小, 故 c 受到 b 的静电力较大, 根据平行四边形的性质可知, 静电力的合力可能为 F_2 。

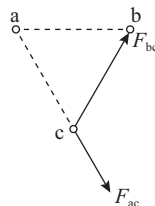


图 1-8

例 1-3 如图 1-9 所示, 电荷量为 Q_1 、 Q_2 的两个正点电荷分别置于 A 点和 B 点, 两点相距 L , 在以 L 为直径的光滑绝缘半圆环上, 穿着一电荷量为 $+q$ 的小球(可视为点电荷), 在 P 点平衡。不计小球的重力, 那么, PA 与 AB 的夹角 α 与 Q_1 、 Q_2 的关系应满足()。

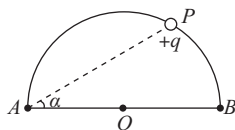


图 1-9

后了,这一类题同理。

例 1-5 如图 1-14 所示,质量均为 m 的三个带电小球 A、B、C 放置在光滑的绝缘水平面上,彼此相隔的距离为 L (L 比球半径 r 大得多),B 球带电荷量为 $Q_B = -3q$,A 球带电荷量为 $Q_A = +6q$,若对 C 球加一个水平向右的恒力 F ,要使 A、B、C 三球始终保持 L 的间距运动,静电力常量为 k ,求:

(1) F 的大小为多少?

(2) C 球所带的电荷量为多少? 带何种电荷?

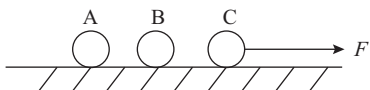


图 1-14

【答案与分析】 这摆明了是牛顿运动定律一章的所谓“连接体”问题。

以三者整体为研究对象,有

$$F = 3ma \quad (1)$$

以 A 球为研究对象,设 C 球带正电,且带电荷量为 Q_C ,有

$$k \frac{Q_A Q_B}{L^2} - k \frac{Q_A Q_C}{4L^2} = ma \quad (2)$$

以 B 球为研究对象,C 球带正电完全正确,不然 B 球不可能向右加速,于是有

$$k \frac{Q_B Q_C}{L^2} - k \frac{Q_A Q_B}{L^2} = ma \quad (3)$$

将①②③三式联立,解得 $Q_C = 8q$, $F = 18k \frac{q^2}{L^2}$, $a = \frac{6kq^2}{mL^2}$ 。

例 1-6 在氢原子内,把原子核与电子看作点电荷,如果电子绕原子核做匀速圆周运动,半径为 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$,向心力由原子核与电子之间的静电力提供,已知原子核

与电子分别带正、负电,电荷量都为 $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$,电子的质量为 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$,原子核质量远大于电子质量,可以认为不动,求电子运动的周期,结果保留一位有效数字。

【答案与分析】 这是一个典型的匀速圆周运动问题。 $k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow T =$

$$\sqrt{\frac{4m\pi^2 r^3}{ke^2}}, \text{代入数据可得 } T \approx 1.5 \times 10^{-16} \text{ s}。$$

这道题咋这么面熟? 与天体运动一样,在平方反比作用力条件下,电子绕原子核运动的轨道必然是圆形或者椭圆形,原子核在圆心或者椭圆形的焦点,甚至双星之类,emo……扶我起来,我还能把万有引力的练习再做一遍……

1.3 电 场

有这样一个故事。一个国王(或者一个富翁)快要去世了,他准备选择一个聪明的继承人(其实仅仅是聪明未必就合适),于是把三个儿子(很奇怪总是三个,而且凭什么没有女儿)叫来,给了每人少量的钱,让他们买回来一些物质装满整个屋子。老大和老二显然是陪衬,老三买回来什么?一支蜡烛和一盒火柴(显然不是现代)。老三点亮蜡烛,于是,光充满了整个屋子。这些光的存在是客观的,不以人的意志为转移,哪怕你闭上眼睛。这些光,无法被描述轻重、大小、软硬、稠稀,但它就那样真实地存在着。这一节要学习的电场,很像这些光。

这一节内容很抽象,我们要搞清楚以

下几个问题:为什么说电场是真实存在的?为什么说电场是物质?如何描述电场?

1.3.1 电场这种物质

先讲电场是真实的客观存在。

关于电荷间的相互作用,人们会思考这种力是怎样作用的。一种观点认为,这种作用力得通过一些媒介实现,叫近距离作用;另一种观点认为,作用就是作用,不需要介质,这叫超距作用。后一种观点不被大多数物理学家所接受的理由之一是它会导致一些灵异事件。设想在遥远的火星上有人拿着一个电荷,地球上有人拿着另一个电荷,其中一个人的电荷可以被隐藏,也可以被暴露,那会发生什么?当这个人有规律、有节奏地暴露或者隐藏这个带电体,另一个人立刻就会接收到这个信息而不需要信息传递时间,这可能吗?这显然不可能被接受,没有理由,就是觉得不合理,这叫作物理观念或信念。今天我们知道,用电磁波和“玉兔”月球车或者“祝融号”火星车联系,信号以光速传递,到“玉兔”那需要1秒多,到“祝融号”得需要20分钟左右。所以,“祝融号”真的是一个自主、自立、自强的孩子,不能事事都向地球请示,那样太耽误事儿。有同学可能听说过量子纠缠,两者不是一回事,我们需要依据完整的理论来讨论,不能靠听说去想象。

那么,电荷之间的作用力是怎样作用于对方的?答案是通过一种叫“电场”的物质。

电场的概念最早由法拉第提出,教材上说:“物理学的理论和实验证实并发展了

法拉第的观点。电场以及磁场已被证明是一种客观存在。场像分子、原子等实物粒子一样具有能量,因而场也是物质存在的一种形式。”

但“场”这种物质看不见、摸不着,怎样想象它的存在?想想前面说的“光”这种物质的存在。想想“工厂”和“工场”的区别,想想英语 electric field 中的 field 被翻译成“场”,就不难想象这种奇怪物质的存在了。

如果有人说我闭上眼就看不见光,它还存在吗?比如咱们玩过某一种东西,一见光就滴滴响(假设它是存在的),我们就可以闭上眼睛用它来检验,你不承认没关系,大家承认,它是不以个人意志为转移的客观存在。电场也是这样的,它是不以人的意志为转移的客观存在,并且可以被检验。因为电场的基本性质就是对放入其中的电荷有力的作用。从这个意义上讲,仪器可以代替我们的眼睛去看,代替我们的手去摸,这叫作“检验”。同理,科学上的发明、发现,如果要被别人承认,那么必须满足一个重要的条件——“可重现”,也就是说大家都可以检验。

1.3.2 电场的强弱

与描述路灯下静静的灯光一样,电场不论大小、多少、软硬、稠稀,而论“强弱”。

为了研究电场中某一点处电场的强弱,人们引入了“检验电荷”(也叫作“试探电荷”)的概念,用“检验电荷”来检验电场的存在及性质。这个检验电荷,它必须小,而且少。小是指体积小,以便描述某点处的电场;少是指电荷量少,以便不影响原来电场

的情况。相应地,被研究的、产生电场的那个或那些电荷(未必是点电荷)被称为“场源电荷”。

同一检验电荷在电场中的不同点受力一般是不一样的,受力大处我们说电场强,受力小处我们说电场弱。而在图 1-15 中,与

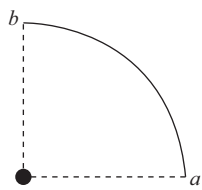


图 1-15

场源电荷同样远的 a 、 b 两处同一检验电荷受力大小一样,但方向不一样,这也得区别。

可是,如果在某处放了一个检验电荷 q_1 ,而在另一处放检验电荷 q_2 ,如何比较这两处电场的强弱呢?感谢伟大的自然,实验表明,在电场中同一点处的检验电荷所受电场力竟然与其电荷量成正比,即可以写成正比例函数 $F=kq$,就像数学中的 $y=kx$,这里的 k 必须不能与 y 有关。那么, $F=kq$ 中的 k 与什么有关呢?当然是与且只与“场”本身有关。有人说这不显然吗?感觉显然,但需要实验事实确认。幸运的是,实验表明,它确实是这样的。

于是我们就可以定义电场中某点处的电场强度:

$$E = \frac{F}{q} \text{ (单位如 N/C)}$$

就像均匀物质的质量与体积成正比,于是我们定义了质量与体积的比值——密度;就像弹簧弹力大小与伸长量(或压缩量)成正比,于是我们把这个比值定义为劲度系数。

比如,在离场源电荷 Q 距离为 r 处放一点电荷 q ,那么 $F = k \frac{Qq}{r^2}$, $E = \frac{F}{q} = k \frac{Q}{r^2}$ 。显

然, E 与 q 无关,与 Q 及距离 r 有关。

注意, F 有方向, q 没有方向,所以 E 也有方向,是矢量。可是 q 有正有负,该怎么规定 E 的方向呢?物理学中规定,电场中某点的电场强度的方向与正电荷在该点所受的静电力方向相同。这与数学上是一致的: $E = \frac{F}{q}$,若 q 为正, E 与 F 同向;若 q 为负,则 E 与 F 反向,仍不影响 E 的方向。这是当然的、必须的! E 是电场本身的属性,与用什么电荷检验没有关系,甚至与测不测无关,你测或者不测, E 就在那里。

但我们必须认识到上面两个公式 $E = \frac{F}{q}$ 与 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 的区别。前者叫作定义式,适用于任何电场;后者叫作决定式,只适用于点电荷 Q 产生的电场中某点的电场强度。

有人根据 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 认为,在无限接近点电荷 Q 的地方,电场强度 E 会达到无限大,这是不对的,因为在无限接近 Q 的地方将不再能把 Q 视作点电荷。说 E 会接近(而不是达到)无限大,是勉强能接受的说法。

另外,须注意 E 是有方向的,比如在图 1-16 中,以 Q 为圆心的同一个圆周上的 A 、 B 两点处,虽然 E 的大小一样,但方向

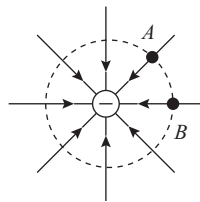


图 1-16

不同,电场强度 E 并不相同。 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 只表示了点电荷产生的电场中某点的电场强度大小,方向还是要通过假想放入检验电荷

来判断的。也有一些书会把这个式子写成 $\vec{E} = k \frac{Q}{r^3} \vec{r}$, $\vec{r}$ 表示从场源电荷 Q 指向所研究点的矢量。而且, 当 Q 为正时, $\vec{E}$ 与 $\vec{r}$ 同向; 而当 Q 为负时, $\vec{E}$ 与 $\vec{r}$ 反向。这只是数学表达式上的简约记法, 解题时不要这样写。但仍然要提醒大家注意, E 是有方向的。

电场强度的叠加当然是矢量叠加。一些电荷在某点产生电场, 电场强度为 E_1 ; 另一些电荷在此处也产生电场, 电场强度为 E_2 ; 那么此处的总电场强度为 E_1 和 E_2 的矢量叠加。

这样, 我们就有两种方法求某一点处的合场强: 一种是假设一个检验电荷 q , 分析合力 F , 求合场强 $E = \frac{F}{q}$; 另一种是直接把他各电荷在此处产生的场强 E 进行矢量叠加, 依据是平行四边形定则, 如图 1-17 所示。这样, 原则上我们可求任何形式的电荷分布所对应的电场中各点的场强。教材中据此分析等量同号点电荷及等量异号点电荷连线, 以及连线中垂线上各点的电场强度分布的方法就非常典型。

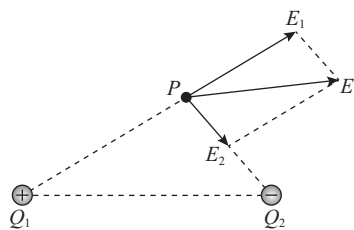


图 1-17

1.3.3 一些典型电场的场强分布

下面我们来熟悉一些典型电场的场强

分布。关于场强分布, 后面还会从不同角度多次讨论, 因为熟悉这些电场的场强分布, 可以使得电场的相关概念在头脑中具体形象化, 而不是局限于“公式”, 所以很有必要。

1. 均匀带电球壳内、外的场强分布

教材中提到了一句有意思的话, “可以证明, 一个半径为 R 的均匀带电球体(或球壳)在球的外部产生的电场, 与一个位于球心、电荷量相等的点电荷在同一点产生的电场相同”, 如图 1-18 所示。现在我们先不去证明这一结论, 而是再塞给大家一个看起来理所应当但其实也需要证明(后面会证明)的结论: 均匀带电球壳在球壳内部各点产生的电场强度为 0。这样, 均匀带电荷量为 Q 、半径为 R 的球壳在球壳内、外空间各点处的场强分布是一个分段函数: 当 $r < R$, $E = 0$; 当 $r > R$, $E = k \frac{Q}{r^2}$ 。 E 与 r 的对应关系如图 1-19 所示。有人问: 在 $r = R$ 处呢? 暂时不讨论。

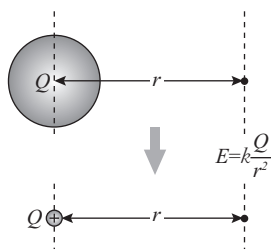


图 1-18

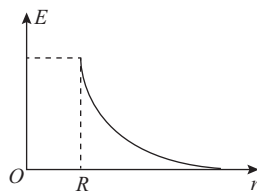


图 1-19

2. 均匀带电球体内、外各点处的场强分布

在一个均匀带电球体内, 各点的电场强度与离开球心的距离之间是怎样的关系?

让我们把半径为 R 、带电荷量为 Q 的均匀带电球体想象成一颗煮鸡蛋, 如

图 1-20 所示,讨论蛋黄与蛋白分界处一点 A 的电场强度。根据前面的两个“不讲理”结论,蛋壳在 A 点不产生电场;可以把蛋白想象成与洋葱一样一层一层的球壳,在 A 点产生的电场强度也为 0;剩下只有蛋黄部分在这一点产生了电场,这个场强与把蛋黄的带电全部集中在球心所产生的场强一样,则有

$$Q_{\text{内}} = \frac{Q}{\frac{4\pi R^3}{3}} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{Qr^3}{R^3}$$

$$A \text{ 点的场强 } E_A = k \frac{Qr^3}{R^3 r^2} = k \frac{Qr}{R^3}, \text{ 与 } r$$

成正比。而在球外,结论还是 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 。E

与 r 的关系如图 1-21 所示。

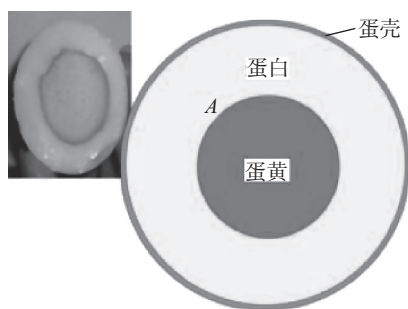


图 1-20

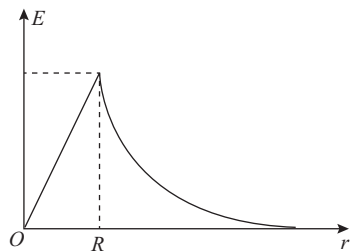


图 1-21

这里会有同学产生疑问:在球内一点处,会不会无限接近于某一点电荷,从而使得与此点电荷的距离 r' 无限接近于 0 而场强无限大? 并不会,因为电荷是均匀分布

的,当我们所取的带电体体积趋于 0 时,带电荷量也趋于 0。

3. 两个正的等量同号点电荷连线及连线中垂线上各点处的场强分布(负电荷同理)

如图 1-22 所示,我们标记两个电荷 M、N 带电荷量都为 $+Q$,相距为 $2L$,MN 连线中点为 O,连线上一点 A 到 O 的距离记为 x ,MN 连线中垂线上一点 B 到 O 的距离记为 y 。

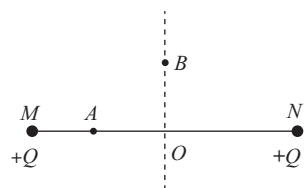


图 1-22

$$\text{显然, } E_A = k \frac{Q}{(L-x)^2} - k \frac{Q}{(L+x)^2},$$

在 O 点, $E_O = 0$, 两侧对称, 离开 O 点越远, E 越大, M、N 之间各点场强方向都指向 O 点。

在连线中垂线上一点, 有

$$E_B = 2k \frac{Q}{L^2 + y^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}}$$

据对称性, 方向都从 O 点向外。这个式子的单调性不容易一眼看出来, 但显然 O 点处的场强为 0, 无穷远处的场强为 0, 从 O 点沿中垂线当然是先增大后减小。数学老师说, 不一定, 也许是先增大后减小再增大再减小呢? 我们如果要耍无赖, 就会说那不显然嘛! 如果要较真, 我们也可以求一下 y 为多少时 E_B 最大。

记 $\frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}} = \sin \theta$, 记 $\frac{L}{\sqrt{L^2 + y^2}} = \cos \theta$, 则有

$$E_B = k \frac{Q}{L^2} \cos^2 \theta \cdot 2 \sin \theta$$

$$= 2k \frac{Q}{L^2} \cdot \sqrt{\cos^4 \theta \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

设函数 $f(\theta) = 2\cos^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$, 注意到 $\cos^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin^2 \theta = 2$, 所以当 $\cos^2 \theta = 2\sin^2 \theta$, 即 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{2}}{2} L$

时, $f(\theta)$ 最大, $\cos^2 \theta \cdot \sin \theta$ 最大, E_B 最大。

4. 等量异号点电荷连线及连线中垂线上各点的场强分布

我们仍然设 M 、 N 两点相距 $2L$, 分别有电荷 $+Q$ 、 $-Q$, 如图 1-23 所示, 显然有

$$E_A = k \frac{Q}{(L-x)^2} + k \frac{Q}{(L+x)^2}$$

$$= 2k \frac{Q(L^2 + x^2)}{(L^2 - x^2)^2}$$

在 O 点, $E_o \neq 0$, 两侧对称, 离开 O 点越远, E 越大, M 、 N 之间各点的场强方向都是由 M 指向 N 。

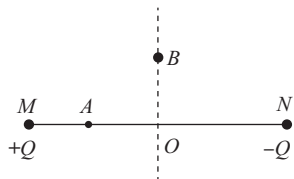


图 1-23

在连线中垂线上一点, 如图 1-24 所示的 B 点, 有

$$E_B = 2k \frac{Q}{L^2 + y^2} \cdot \cos \theta$$

$$= 2k \frac{Q}{L^2 + y^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + y^2}}$$

据对称性, 场强方向都平行于 MN 、指向 N 一侧, 而且 y 越大, E 越小。

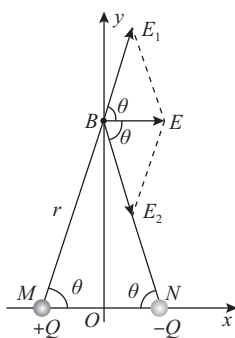


图 1-24

5. 电偶极子的场强分布

我们先从一道高考题说起。

例 1-7 (2009 海南) 如图 1-25 所示, 两等量异号的点电荷相距为 $2L$ 。 M 与两点电荷共线, N 位于两点电荷连线的中垂线上, 两点电荷连线中点到 M 和 N 的距离都为 r , 且 $r \gg L$ 。 则两点电荷的合电场在 M 和 N 点的强度()。

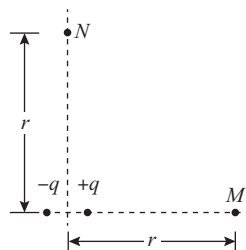


图 1-25

- A. 大小之比为 2, 方向相反
- B. 大小之比为 1, 方向相反
- C. 大小均与 L 成正比, 方向相反
- D. 大小均与 r 的平方成反比, 方向相互垂直

【答案】 AC。

【分析】 此题关于 M 、 N 两点电场强度的讨论, 仍然基于两个点电荷电场的叠加, 我们把原题的符号换成了与前面讨论

相一致的符号。显然,当 $r \gg L$, M 点的电场强度 E_M 满足

$$\begin{aligned} E_M &= k \frac{q}{(r-L)^2} - k \frac{q}{(r+L)^2} \\ &= 4kq \frac{rL}{(r^2-L^2)^2} \\ &\approx \frac{4kqL}{r^3} \end{aligned}$$

且方向向右。

$$\begin{aligned} E_N &= 2k \frac{q}{L^2+r^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2+r^2}} \\ &\approx \frac{2kqL}{r^3} (r \gg L) \end{aligned}$$

且方向向左。

所以,答案是 AC。

在这道题中,如果我们把 q 加倍而使相互之间的距离减半, M 、 N 两点处并没有发生变化, E_M 、 E_N 只取决于 q 与 L 的乘积,我们把这样相距很近的一对正负电荷称为“电偶极子”。它可能还有一些其他的特点,我们慢慢了解。

1.3.4 电场强度习题课

例 1-8 两个固定的异号点电荷,电荷量已知但大小不等。用 E_1 和 E_2 分别表示两个点电荷产生的电场强度的大小,则在通过两点电荷的直线上, $E_1=E_2$ 的点()。

- A. 有三个,其中两处合场强为零
- B. 有三个,其中一处合场强为零
- C. 只有两个,其中一处合场强为零
- D. 只有一个,该处合场强不为零

【答案】 C。

【分析】 这道题有两点需要注意。一

是 E_1 、 E_2 是各自产生的场强大小而不是合场强;二是 E_1 、 E_2 是电场强度的大小而不是电场强度。这道题原题没有给图,要习惯自己画图帮助想象。如图 1-26 所示,假设 $Q_1 > Q_2$, 相距为 r_0 , 则在离 Q_2 较近的 A 点,可能有 $E_1 = k \frac{Q_1}{(r_0-x_1)^2} = k \frac{Q_2}{x_1^2} = E_2$; 而另一点 B 满足 $E_1 = k \frac{Q_1}{(r_0+x_2)^2} = k \frac{Q_2}{x_2^2} = E_2$, 所以这样的点有两处,前者合场强不为零,后者合场强为零。故答案为 C。

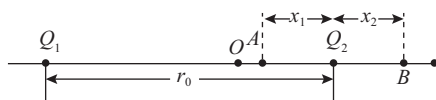


图 1-26

如果将原题略微改动,答案会如何呢?

变形 1 两个固定的异号点电荷,电荷量已知且大小不等。用 E_1 和 E_2 分别表示两个点电荷产生的电场强度,则在通过两点电荷的直线上, $E_1=E_2$ 的点()。

- A. 有三个,其中两处合场强为零
- B. 有三个,其中一处合场强为零
- C. 只有两个,其中一处合场强为零
- D. 只有一个,该处合场强不为零

答案是 D。

变形 2 两个固定的等量异号点电荷,用 E 表示在通过两点电荷的直线上某点(不是连线中点 O)的场强,则在这一条直线上还有几处场强也为 E ?

题目中的 E 应该理解为矢量,因为没说它表示大小。答案是还有一处,是在两点电荷连线上关于连线中点 O 对称的点。在两点电荷外侧,首先是方向不同,所以不可

能场强还是 E 。

还可以问,在两点电荷连线及其延长线上,有几处场强大小也为 E ? 答案是三处。

如果不局限于两点电荷连线及其延长线上,有几处场强也为 E ? 答案还是只有一处。因为与 E 方向相同的点一定在二者连线上或者二者连线的中垂线上,但中垂线上各点的场强大小一定小于 E 。(自己证明这一点。)

例 1-9 (2010 海南) 如图 1-27 所示, M 、 N 和 P 是以 MN 为直径的半圆弧上的三点, O 点为半圆弧的圆心, $\angle MOP = 60^\circ$ 。电荷量相等、符号相反的两个点电荷分别置于 M 、 N 两点, 这时 O 点电场强度的大小为 E_1 ; 若将 N 点处的点电荷移至 P 点, 则 O 点的场强大小变为 E_2 , E_1 与 E_2 之比为 _____。

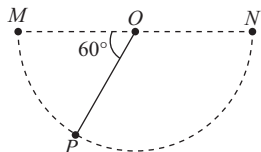


图 1-27

【答案】 $2:1$ 。

【分析】 O 点的场强为 E_1 , 根据对称性可知, M 、 N 各自在 O 点处产生的场强为 $\frac{E_1}{2}$; 设 M 处电荷为正、 N 处电荷为负, E_1 沿 MN 向右; 将 N 点处的点电荷移到 P 点, 它在 O 点产生的场强大小仍然为 $E_2 = \frac{E_1}{2}$, 方向沿 OP , 如图 1-28 所示, M 点处电荷产生的场强也为 $\frac{E_1}{2}$, 方向沿 ON , 二者的

夹角为 120° , 合场强还为 $\frac{E_1}{2}$, 所以 E_1 与 E_2 之比为 $2:1$ 。

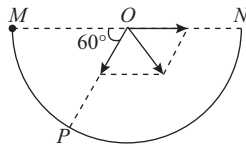


图 1-28

例 1-10 (2013 全国) 如图 1-29 所示, 一半径为 R 的圆盘上均匀分布着电荷量为 Q 的电荷, 在垂直于圆盘且过圆心 c 的轴线上有 a 、 b 、 d 三个点, a 和 b 、 b 和 c 、 c 和 d 间的距离均为 R , 在 a 点处有一电荷量为 q ($q > 0$) 的固定点电荷。已知 b 点处的场强为零, 则 d 点处场强的大小为 (k 为静电力常量) ()。

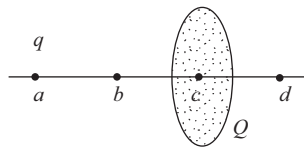


图 1-29

- A. $k \frac{3q}{R^2}$ B. $k \frac{10q}{9R^2}$
C. $k \frac{Q+q}{R^2}$ D. $k \frac{9Q+q}{9R^2}$

【答案】 B。

【分析】 这道题绝不能拿 $k \frac{Q}{R^2}$ 求圆盘上的电荷在 b 点或 d 点处产生的场强! 因为不能将它看作点电荷!

问题的突破点在“ b 点处的场强为零”, 这说明圆盘在这一点产生的场强与 q 在这一点产生的场强等大反向, 大小都是 $k \frac{q}{R^2}$,

那么圆盘在 d 点处产生的场强大小也为 $k \frac{q}{R^2}$, 方向向右, 而 q 在 d 点处产生的场强大小为 $k \frac{q}{9R^2}$, 方向也向右, 所以 d 点处场强的大小为 $k \frac{10q}{9R^2}$, 因此选 B。

例 1-11 均匀带电的球壳在球外空间产生的电场等效于电荷集中于球心处产生的电场。如图 1-30 所示, 在半球面 AB 上均匀分布负电荷, 总电荷量为 q , 球面半径为 R , CD 为通过半球面顶点与球心 O 的轴线, 在轴线上有 M 、 N 两点, $OM = ON = 2R$ 。已知 M 点的场强大小为 E , 则 N 点的场强大小为 (k 为静电力常量) ()。

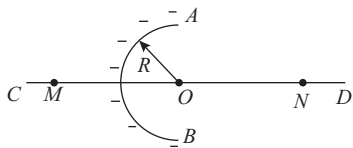


图 1-30

- A. $k \frac{q}{2R^2} - E$ B. $k \frac{q}{4R^2}$
C. $k \frac{q}{4R^2} - E$ D. $k \frac{q}{4R^2} + E$

【答案】 A。

【分析】 这道题同样是利用对称性及场强叠加。如果把这个半球面补全成为均匀带负电 $2q$ 的球壳, 球壳在 M 点处产生的场强大小为 $k \frac{q}{2R^2}$, 说明补上的右半个球面在 M 点处产生的场强大小为 $k \frac{q}{2R^2} - E$, 同理左半球面在 N 点处产生的场强大小也为 $k \frac{q}{2R^2} - E$, 因此选 A。

例 1-12 (2009 北京) 如图 1-31 所示, 有一个内、外半径分别为 R_1 和 R_2 的圆环状均匀带电平面, 其单位面积带电量为 σ 。取环面中心 O 为原点, 以垂直于环面的轴线为 x 轴。设轴上任意点 P 到 O 点的距离为 x , P 点电场强度的大小为 E 。下面给出 E 的四个表达式 (式中 k 为静电力常量), 其中只有一个是合理的。你可能不会求解此处的场强 E , 但是你可以通过一定的物理分析, 对下列表达式的合理性作出判断。根据你的判断, E 的合理表达式应为 ()。

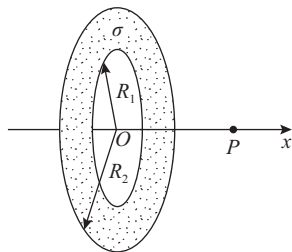


图 1-31

- A. $E = 2\pi k \sigma \left(\frac{R_1}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} - \frac{R_2}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} \right) x$
B. $E = 2\pi k \sigma \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} \right) x$
C. $E = 2\pi k \sigma \left(\frac{R_1}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} + \frac{R_2}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} \right) x$
D. $E = 2\pi k \sigma \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} \right) x$

【答案】 B。

【分析】 这道题是经典的“你可能不会……”类型。注意单位面积带电量为 σ , 其单位应该是 C/m^2 , 通过比较点电荷场强 $k \frac{q}{R^2}$, 可知选项 A、C 的单位有问题; 再取特例, 当 $R_1 = R_2$ 时, 圆环不存在, 场强当然是 0, 所以 D 不符合, 答案只可能是 B。

例 1-13 (2008 上海)如图 1-32 所示,在光滑绝缘水平面上,两个带等量正电的点电荷 M 、 N ,分别固定在 A 、 B 两点, O 为 AB 连线的中点, CD 为 AB 的垂直平分线。在 CO 之间的 F 点由静止释放一个带负电的小球 P (设不改变原来的电场分布),在以后的一段时间内, P 在 CD 连线上做往复运动。下列说法正确的是()。

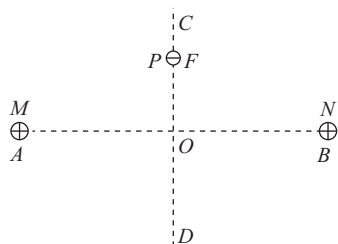


图 1-32

- A. 若小球 P 的带电量缓慢减小,则它在往复运动过程中振幅不断减小
- B. 若小球 P 的带电量缓慢减小,则它在往复运动过程中每次经过 O 点时的速率不断减小
- C. 若点电荷 M 、 N 的带电量同时等量地缓慢增大,则小球 P 在往复运动过程中周期不断减小
- D. 若点电荷 M 、 N 的带电量同时等量地缓慢增大,则小球 P 在往复运动过程中振幅不断减小

【答案】 BCD。

【分析】 这道题对于多数同学来说会比较难,关键在于从哪里入手进行比较。我们先讨论小球带电量缓慢减小或者 M 、 N 带电量缓慢减小的情况,小球带电量缓慢增大或者 M 、 N 带电量缓慢增大的情况同理,结论相反。

A、D 选项都是比较振幅,我们可以研

究从最远点回到 O 点和从 O 点运动到另一侧最远点的过程,在运动中关于 O 对称的两点处受力必然是后一段小,而两个阶段小球动能的增加量和减少量是相同的,可见振幅会增大,故 A 错误、D 正确。

比较在 O 点的速率,我们把从 O 到最远点与从最远点再回到 O 比较,前后两次运动的路径相同,但后一次在同一点处受力较小,于是返回 O 的过程中动能的增加量比远离 O 的过程中动能的减少量要小,故 B 正确。

同理,把从任意一点到最远点与再回到这一点进行比较,速率都是回来过程中小,可见周期不断变大,反之不断增大,故 C 正确。

这里还有一个非常有迷惑性的错误解法,大家可以看看错在什么地方:根据能量守恒,如果小球或者 M 、 N 带电量减小,每次在同一点处它们与 M 、 N 之间的电势能会不断减小,那不是动能会变大?

这里要注意,如果我在空中自由下落但逐渐减肥,我和地球之间的机械能还守恒吗?当然不!因为系统已经变了。过去,我们学习机械能守恒,过于注意没有重力和弹力之外的“其他力不做功”,而没有强调系统不能变化,不然等我减肥到体重为 0,机械能何在?

例 1-14 (2013 江苏)下列选项中的各 $1/4$ 圆环大小相同,所带电荷量已在图 1-33 中标出,且电荷均匀分布,各 $1/4$ 圆环间彼此绝缘。坐标原点 O 处电场强度最大的是()。

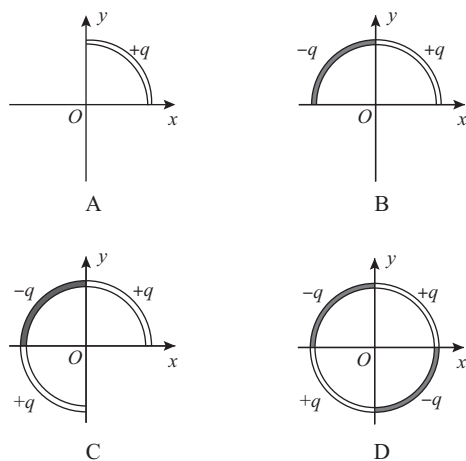


图 1-33

【答案】 B。

【分析】 这道题是经典的电场强度矢量合成题。根据对称性可知, $E_D = 0$, 我们设每一个 $1/4$ 圆弧产生的电场强度为 E_0 , 作出选项 A、B、C 的合场强, 如图 1-34, 显然 $E_B = \sqrt{2}E_0$, 最大。

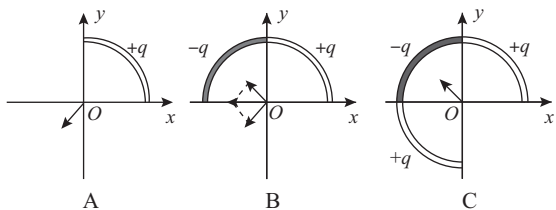


图 1-34

变形 如果上述均匀带电圆环单位弧长带电量不变而长度为 $1/6$ 周长圆弧, 在圆心处产生的电场强度为多大?

我们可以先假定同样带电情况的半圆弧, 在圆心处产生的电场强度大小为 $\sqrt{2}E_0$, 如图 1-35 所示; 它也可以看成由左边的 $1/3$ 周长圆弧产生的电场与右边的 $1/6$ 圆弧产生的电场的叠加, 如图 1-36 所示。由几何关系可知, 右边的 $1/6$ 圆弧产生的场强为 $\frac{\sqrt{2}}{2}E_0$ 。

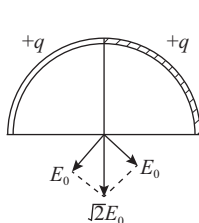


图 1-35

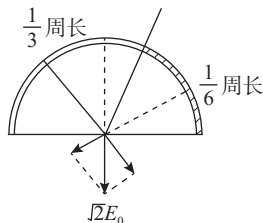


图 1-36

1.3.5 电场线

现在我们知道, 世界上的物质有两种: 一种是“东西”, 由实物粒子构成; 一种不是“东西”, 是场, 如电场、磁场。对于场这种物质, 在这一节课之前, 老师每次说到某处有电场, 就要连比画带描述, 显得很笨拙且莫名其妙。那有没有更好的沟通手段呢?

例如如图 1-37 所示的一扇窗户, 哪一格有玻璃? 第二、四象限肯定有, 第一、三象限说不清。

再如图 1-38 所示的灯泡是否都在发光? 不确定, 能确定的是右边的灯泡在发光。但是, 玻璃上和右边灯泡周围的线是真的存在吗? 并不是, 这只是人们的一种沟通手段。

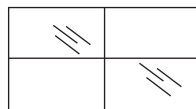


图 1-37

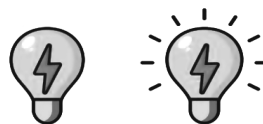


图 1-38

同理, 如果我们也能用一些有方向的曲线来描述电荷周围空间存在的电场, 难道不香吗?

这么直观好用的描述手段最早是由法拉第提出来的。法拉第在研究电磁作用的过程中逐渐生成了“力线”的物理图景, 他认为电荷和磁极周围的空间充满了力线

(包括电力线和磁力线),力线将电荷(或磁极)联系在一起。法拉第以丰富的想象力构建的力线思想实际是场的观念的思想萌芽,是近距作用的核心内容。

但电场线毕竟不是美术作品,要尽可能准确地表达电场分布的特征,这就需要一些约定(我不喜欢用“规定”这个词),要能自圆其说而不能自相矛盾。于是,在同一电场中:

首先,电场线总体有走向,电场线上每点的切线方向表示该点的场强方向;

其次,电场线的疏密程度表示该处场强的强弱(严格说是强弱,对应疏密);

再次,电场线起于正电荷(或无穷远),止于负电荷(或无穷远);

最后,同一电场的电场线不相交、不相切、不闭合。

对于“电场线起于正电荷(或无穷远),止于负电荷(或无穷远)”这句话,可以设想一下:如果电场中某处突然凭空冒出一条没头有尾的电场线的话,那么这一处附近发生了什么? 电场强度凭空突变了?

对于“电场线不相交”这句话,可以反问:如果相交,此处的电场方向怎么说? 难不成有两个? 但电场线为什么还不相切呢? 可以反过来想,相切处电场线密度是不是就无限大了?

静电场的电场线不闭合,怎么理解? 设想一下:有这样一条闭合的电场线,我可以照这个样子打造一个光滑绝缘轨道,然后把一个带电质点放在轨道上,由静止释放,会发生什么? 除了产生能量什么也没有变,那么永动机产生了,老师可以“不劳

而获”,全世界人民也可以“不劳而获”地获得能量了。

现在你要拿出纸笔,想着上面几个特点,试着自己画一下几种常见的电场线(先不要看教材上给出的图)。第一个要画的就是点电荷,想着电场线起于正电荷,自然就可以画出一条条的直线,考虑到空间的对称性,这些直线当然应该是对称分布的。负电荷的场类似,只是电场线的方向不同。

等量同号及等量异号点电荷产生的电场的电场线怎么画? 这个比较麻烦,我们可以尝试画一些,然后看看教材、教参资料上的电场线是不是都符合上述约定,这很有助于理解这些原则。其他电场同理。

图 1-39、图 1-40 是各种教材、教辅图书上给出的几种典型电场的电场线分布,我们可以看出大体上是符合前面几条原则的。我们还可以尝试挑一挑它们的毛病,以加深理解。

如图 1-39 所示,点电荷电场的电场线只画出了 8 条,相互间还有吗? 这个可以画,但并没有! 因为那 8 条也是“画出的”而不是“存在的”。那么画成 16 条是不是比 8 条表示电场更强? 并不是。电场线只在同一幅图中比疏密。

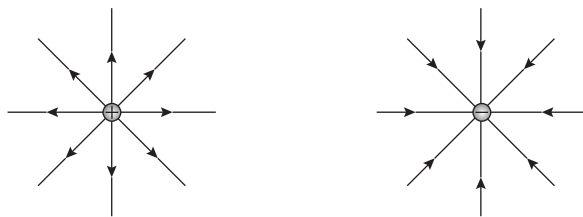


图 1-39

有同学可能会问,等量异号电荷电场

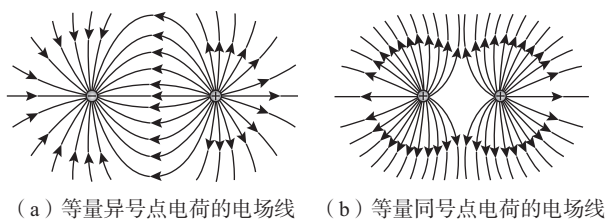


图 1-40

中的电场线是否闭合了呢？这应该叫汇合，注意是同一趋势箭头的汇合。那点电荷处电场线是否无限密？这和 $F = k \frac{Qq}{r^2}$ 趋于无穷大是同一个问题。当 r 趋于零时，带电体已不能看作点电荷了。其实，关于点电荷附近的处理，大家不会画一个太小的点，而会画成一个圆。

关于电场线的疏密，有同学会发现等量同号点电荷连线的中垂线上的电场线似乎是越往外越密，与我们前面分析的“先增大后减小”不一致。我们的提示是，这个电场线的疏密不仅要从正面视角看，也要在图中用从左往右或从右往左的角度看，在这个方向看，它和点电荷电场线分布类似，越往远处电场线确实越疏。所以立体地看，在这条中垂线上某处出现的电场线最密集，并不奇怪。

有时候，有人会把等量同号点电荷电场的电场线分布中连线中点处也画上电场线，如图 1-41 的中间点，与图 1-40 对照可以立即发现其中的不同。如果留意一下，就会发现绝大多数书上的电场线图中没有中间点，因为这会让自己不能自圆其说（相交与起止）。

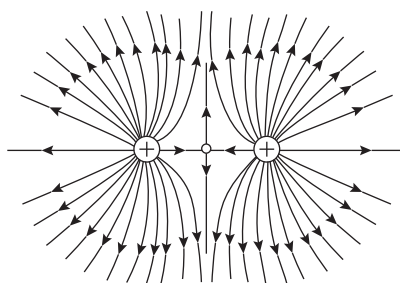


图 1-41

和方向都处处相同，那么这一个区域的电场称为匀强电场。匀强电场的电场线分布是平行等间距的直线，如图 1-42 中列举的各种分布。图 1-42 中右边这幅图打破了思维定式，告诉我们不能认为匀强电场只能水平或者竖直分布，或者认为匀强电场区域只能是方形区域。

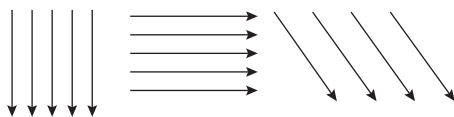


图 1-42

匀强电场仍然是一种理想化模型，实际中只有近似均匀，没有绝对均匀。比如，两个无限大、平行且均匀带电平面之间的电场就可视为匀强电场——啊不，两个无限大平面又是理想化模型，是当带电平面的尺寸远大于极板间距离时的近似。

但中学物理教学会非常痴迷于这种不存在的理想化电场。为什么？因为太方便出题了，一旦把一个带电体放在匀强电场当中，那么完了，力学中常见的力，除了重力、弹力、摩擦力，还加了一样电场力，而且恒定不变，力学中的习题几乎可以从头来一遍。

1.3.6 匀强电场

如果在某一空间区域，电场强度大小

1.3.7 模拟电场线实验

下面我们分析几个简单的模拟电场线

实验。

模拟电场线实验中的各种线状物并不是几何意义上的“线”，更不可能是电场线，那为什么能模拟？因为这些线状物都很轻。如图 1-43 所示，炸毛的头发可以模拟点电荷的电场线，利用粘在平板上的“验电羽”（类似流苏的丝线）可以模拟匀强电场的电场线。这些头发、丝线等所受的重力相较于静电力可以忽略，可以认为头发、验电羽各部分受力都顺着电场线的方向。



图 1-43

教材上介绍的用悬浮在蓖麻油中的头发碎屑模拟电场线的实验，原理跟初中用细铁屑显示磁感线同理，电场先使头发碎屑极化，头发碎屑在蓖麻油中可以转动，于是出现那样的排列，从而“显现”出电场线的形状。

1.3.8 电场力习题课

例 1-15 在如图 1-44 所示的水平

和竖直的匀强电场中，分别有甲、乙两个带电微粒做直线运动，运动轨迹分别如图 1-44(a)、(b)所示，试判断这两个微粒的带电正负，以及直线运动的性质。

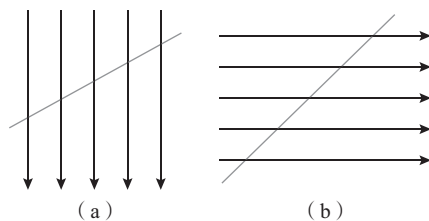


图 1-44

【答案】 见分析。

【分析】 带电微粒？要不要忽略重力？题中没说。但显然的事情是，如果忽略重力而只受电场力，微粒怎么能做这样的直线运动？在曲线运动一章我们学过，物体做曲线运动的条件是合力与速度不共线。现在我们把它变一下，物体不做曲线运动的条件是什么？是合力与速度共线或者合力为零。

这样，甲微粒一定不能忽略重力，而重力和电场力的合力无论如何也不可能沿这个轨迹，只能是重力向下、电场力向上、合力为零，所以甲微粒一定带负电，做匀速直线运动；同理，乙微粒也不能忽略重力，且一定带负电，做匀变速直线运动，可能是向右上方做匀减速直线运动，也可能是向左下方做匀加速直线运动。

例 1-16 带电粒子只在电场力作用下，是否一定沿电场线运动？

【答案】 否。

【分析】 这道题的答案显然是“否”，可以从两个方面举出反例。其一是匀强电场中粒子的初速度与电场方向不共线；其

二是弯曲的电场线。这里的第二个方面需要解释一下,如果粒子只在电场力作用下沿弯曲的电场线运动,所受电场力沿电场线切线方向,那什么力提供向心力呢?可以用下面这道高考题检验一下你是否理解了。

例 1-17 (2020 浙江)如图 1-45 所示,一质量为 m 、电荷量为 $q(q>0)$ 的粒子以速度 v_0 从 MN 连线上的 P 点水平向右射入大小为 E 、方向竖直向下的匀强电场中。已知 MN 与水平方向成 45° 角,粒子的重力可以忽略,则粒子到达 MN 连线上的某点时()。

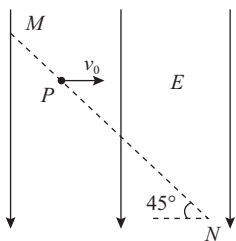


图 1-45

- A. 所用时间为 $\frac{mv_0}{qE}$
 B. 速度大小为 $3v_0$
 C. 与 P 点的距离为 $\frac{2\sqrt{2}mv_0^2}{qE}$
 D. 速度方向与竖直方向的夹角为 30°

【答案】 C。

【分析】 这道题有明确提示,“粒子的重力可以忽略”,粒子将做类平抛运动,水平向右做匀速直线运动,竖直向下做加速度为 $\frac{qE}{m}$ 、初速度为 0 的匀加速直线运动。

当它到达 P' (设落点为 P'),有 $v_0t = \frac{1}{2} \cdot$

$\frac{qE}{m} \cdot t^2$,解得 $t = \frac{2mv_0}{qE}$,A 错。

此时,竖直方向的分速度 $v_y = \frac{qE}{m}t = 2v_0$,合速度大小为 $\sqrt{5}v_0$,B 错。速度方向与竖直方向的夹角 α 满足 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$,即 $\alpha \neq 30^\circ$,D 错。 $x = v_0t = \frac{2mv_0^2}{qE}$, $P'P = \sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{2}mv_0^2}{qE}$,C 正确。

例 1-18 如图 1-46 所示,将一质量为 m 、电荷量为 $+q$ 的小球固定在绝缘轻杆的一端,杆的另一端可绕通过 O 点的固定轴自由转动,杆长为 L ,杆与转轴之间的摩擦不计,杆的质量忽略不计,重力加速度为 g ,杆和小球置于场强为 E 的匀强电场中,电场方向如图所示,将杆拉至水平位置 OA ,在此处将小球自由释放,求杆运动到竖直位置 OB 时杆中的拉力。

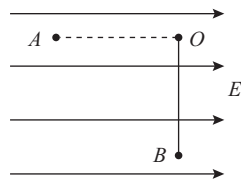


图 1-46

【答案】 $F = 3mg + 2qE$ 。

【分析】 从 A 到 B ,对小球用动能定理。注意到轻杆对球作用力始终不做功,则有 $\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgL + qEL$,在 B 点,根据牛顿第二定律,有 $F - mg = \frac{mv^2}{L}$,联立解得 $F = 3mg + 2qE$ 。

我们再来琢磨一下题目内容。为什么

是杆？如果是绳，释放后小球将先沿合力方向做直线运动而不是圆周运动。为什么要轻？杆能量变化不计。为什么轴要光滑？这样杆对球的作用力才能始终沿杆方向。为什么不是电场方向向左？因为电场方向向左的话小球不一定能到达B。

例 1-19 如图 1-47 所示，在沿水平方向的匀强电场中有一固定点O，用一根长度为 $l=0.20\text{m}$ 的绝缘轻线把质量为 $m=0.10\text{kg}$ 、带有正电荷的金属小球悬挂在O点，小球静止在B点时轻线与竖直方向的夹角为 $\theta=37^\circ$ 。现将小球拉至位置A，使轻线水平张紧后由静止释放。取 $g=10\text{m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ=0.60$ ， $\cos 37^\circ=0.80$ 。求：

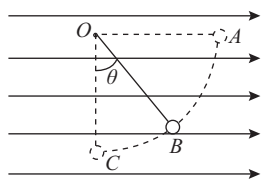


图 1-47

- (1) 小球所受电场力的大小。
- (2) 小球通过最低点C时的速度大小。
- (3) 小球通过最低点C时轻线对小球的拉力大小。
- (4) 小球运动过程中的最大速度，以及所受轻线的最大拉力。
- (5) 小球越过C点后最左能到达的位置。

【答案】 (1) 0.75N ；

(2) 1.0m/s ；

(3) 1.5N ；

(4) 见分析；

(5) 见分析。

【分析】 这一回真的把上一题的条件

破坏了。但根据题目给出的条件，小球是可以到达最低点的，这在随后的计算中可以看到。

(1) 小球受重力 mg 、电场力 F 和拉力 T ，其静止时受力如图 1-48 所示。

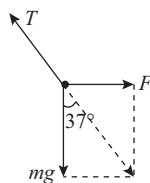


图 1-48

根据共点力平衡条件有 $F=mg \tan 37^\circ=0.75\text{N}$ 。

(2) 设小球到达最低点C时的速度为 v ，小球从水平位置运动到最低点C的过程中，根据动能定理有 $mg l - Fl = \frac{1}{2}mv^2$ ，解得 $v = \sqrt{2gl(1 - \tan 37^\circ)} = 1.0\text{m/s}$ 。

在这里，我们可以看一下，如果 $qE > mg$ 会有什么问题？当然，让小球到达最低点C的动能不能是负的，所以小球就根本不能到达C点。

(3) 设小球通过最低点C时轻线对小球的拉力为 T' ，根据牛顿第二定律有 $T' - mg = m \frac{v^2}{l}$ ，解得 $T' = 1.5\text{N}$ 。

(4) 中学求“最”的问题，我们还是这么三条思路：想想再大了会怎样，想想什么时候最大，列函数求最大值。

我们先设小球摆下某一角度 α 时速度最大。根据动能定理，有

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 &= mgl \sin \alpha - qEl(1 - \cos \alpha) \\ &= mgl \sin \alpha + qEl \cos \alpha - qEl \end{aligned}$$

这样，动能的最大值将取决于函数 $y = mgl \sin \alpha + qEl \cos \alpha$ 的最大值。大家有各种数学方法可以解决，如辅助角公式。

那要是换一个思路呢？从受力的角度

看,小球所受重力、电场力都是恒力,合力当然也是恒力,于是我们可以设想这个系统处于一个奇怪的空间,其所受等效重力为 $mg' = \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}$,方向沿 OB 方向,等效最低点就在 B 点,于是在 B 点动能最大、速度最大、轻线拉力也最大。而如果是列函数求最大值的话,求这个拉力大小的函数比求动能还要麻烦。

(5) 根据上面等效重力的方法,我们当然容易想到这个等效摆动的对称性,设小球到达的最左点为 D ,必然有 $\angle AOD = 2\angle AOB = 106^\circ$,而如果从做功的角度看,设 $\angle AOD = \beta$,从 A 到 D 有 $0 - 0 = mgl \sin \beta - qEl(1 - \cos \beta)$,用一下二倍角公式, $\sin \beta = 2 \sin \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2}$, $1 - \cos \beta = 2 \sin^2 \frac{\beta}{2}$,也可以解得 $\frac{\beta}{2} = 53^\circ$ 。

例 1-20 (2015 江苏)如图 1-49 所示,一带正电的小球向右水平抛入范围足够大的匀强电场,电场方向水平向左,不计空气阻力,则小球()。

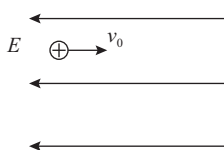


图 1-49

- A. 做直线运动
- B. 做曲线运动
- C. 速率先减小后增大
- D. 速率先增大后减小

【答案】 BC。

【分析】 这道题如果用等效重力分析的话,可以很快判断出小球做类斜上抛运动(等效重力向左下,等效水平面从左上到右下)。故 B、C 正确。

例 1-21 (2019 天津)如

图 1-50 所示,在水平向右的匀强电场中,质量为 m 的带电小球,以初速度 v

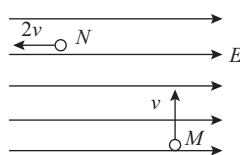


图 1-50

从 M 点竖直向上抛出,

只考虑重力和电场力,通过 N 点时,速度大小为 $2v$,方向与电场方向相反,则小球从 M 运动到 N 的过程()。

- A. 动能增加 $\frac{1}{2}mv^2$
- B. 机械能增加 $2mv^2$
- C. 重力势能增加 $\frac{3}{2}mv^2$
- D. 电势能增加 $2mv^2$

【答案】 B。

【分析】 这道题用运动分解比较好。但要注意不能分解动能,也不要出现在水平方向用动能定理这样的说法,因为动能是标量,在正交分解速度的时候恰好有 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2$,但只是巧合,当速度不是正交分解时并不成立,最典型的例子是我把一个 0 速度分解为等大反向的两个速度,那动能还能无中生有?

小球动能的增加可以直接用初、末状态动能相减求得,为 $2mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mv^2$,A 错误;小球在竖直方向上升的高度为 $h = \frac{v^2}{2g}$,所以重力势能增加了 $\frac{1}{2}mv^2$,C 错误;小球在水平方向运动了 $x = \frac{0+2v}{2}t$,其中 $t = \frac{v}{g}$,由竖直方向的运动求得,所以

$x=2h, a_x=\frac{2v}{t}=2g, qE=2mg$, 电场力做功

$qEx=4mgh=2mv^2$, 电势能减少 $2mv^2$, D 错误; 这里电场力是除重力、弹力之外的“其他力”, 电场力做功等于机械能的增量, B 正确。当然, 也可以通过把动能增加量加上重力势能增加量求得机械能增加量。

变形 (2010 全国新课标 I) 静电除尘器是目前普遍采用的一种高效除尘器。某除尘器模型的收尘板是很长的条形金属板, 图中直线 ab 为该收尘板的横截面。工作时收尘板带正电, 其左侧的电场线分布如图 1-51 所示; 粉尘带负电, 在电场力作用下向收尘板运动, 最后落在收尘板上。若用粗黑曲线表示原来静止于 P 点的带电粉尘颗粒的运动轨迹, 图 1-52 中可能正确的是(忽略重力和空气阻力)()。

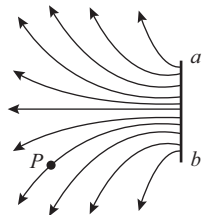


图 1-51

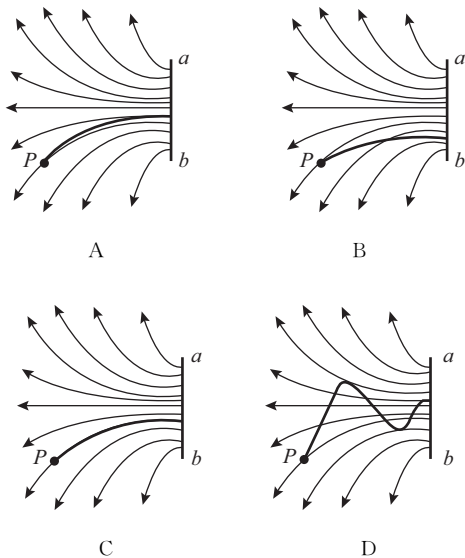


图 1-52

【答案】 A。

1.4 高斯定理*

高斯定理是中学不讲, 但又很好理解, 在物理竞赛中打过少量酱油, 读者也可以说得出来一些东西的内容, 我们列在这里供大家参考。

1.4.1 一些奇怪的想象

在力学一书中, 我们多次提到了一种“没有旋涡、没有浪花的河流”, 现在我们进一步想象一种理想流体的理想流动。考虑到像水这样的流体, 体积很难被压缩, 我们干脆理想化作不可压缩; 水的黏滞力(水流的一部分与另一部分的“摩擦力”)很小, 我们干脆理想化作没有黏滞力, 这样的流体称为“理想流体”。如果我们细心调节水龙头, 有时候会出现形状几乎不变的、像玻璃柱一样的一段“水柱”, 用物理语言表述就是“任何一点的水流速度都不随时间改变”, 不是“哗哗的”, 不是“汨汨的”, 而是“脉脉的”、比脉脉的还安静的水流, 叫“恒流”或者叫“定常流动”。水流当然也可以弯曲地流动, 这时, 我们可以用一系列的直线或曲线来描述一个区域的水流情况: 曲线的切线沿该处水流速度的方向、曲线的疏密表示该处水流的流速大小, 叫“流线”, 就像电场线那样。

现在我们再想象一下, 一个巨大、光滑水平面上的一个出水口, 在以稳定的状态流出水流, 不难想象水流的流线必然像点电荷电场线在纸面上的分布那样

呈放射状。而如果是水平面上有薄薄的一层水,某处有一个圆圆的地漏,水流的流线又必然像负点电荷电场线那样的百川归海。而若在相隔一定距离的两处同时有一个出水口和一个地漏,且单位时间的出水量与单位时间流入地漏的水量相等,水流流线会像等量异号点电荷电场线那样分布。然后,我们也不难想象两个出水口的情况。这样的情况也不难扩展到无限大、无限深的水池中的两个小喷水口与吸水口的情况,水流的空间分布会更像电场线的分布。当然,实际上没有无限大、无限深的水池,但相比小的喷水口与小的吸水口足够大,就可以近似了。

受这些例子的启发,突然想到也许可以发明“负光源”,专门吸收周围世界的光线。设想在真空中有一个蜡烛,由于我考查的照明距离远大于蜡烛火焰的大小,于是我把它看作“点光源”,它发出的光线当然不会在真空的某一处无缘无故消失。而可以看作一个点的“负蜡烛”又会从周围世界均匀吸收光线,现在拿这两个正负蜡烛类比一下正负点电荷,不难想象空间中的各种光线分布。真空中其他地方,既没有蜡烛也没有“负蜡烛”,光线当然不会无缘无故地产生或者消失。

现在再想象一个非常洁净的、完全透明的肥皂泡,不会吸收光,也不会反射光,术语叫作“闭合曲面”。如果肥皂泡里面没有光源,当然不会有光线从里边穿出;里面没有负光源,当然也不会有光线从外面穿入。但是如果肥皂泡旁边有光源呢?光线会从某一面穿入,然后又从另一面穿出,但

“穿入”或者“穿出”的光线量必然相等。

同理,如果我们想象一个像肥皂泡那样的“闭合曲面”,净穿出或者净穿入的电场线数量也必然只与闭合曲面内的正负电荷量有关,而且与这些电荷所处的位置无关,与这个闭合曲面的形状无关。图 1-53 是穿出闭合面的电场线,它想表达的正是这样的想法。而且显然地,内部没有电荷的闭合曲面,“穿入”或者“穿出”的光线量必然相等。图 1-54 想表达的正是这样的想法。

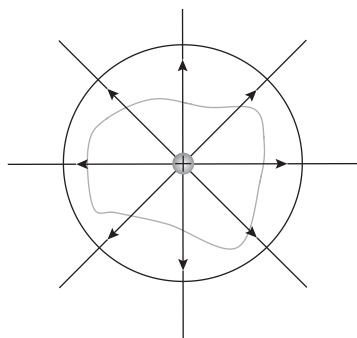


图 1-53

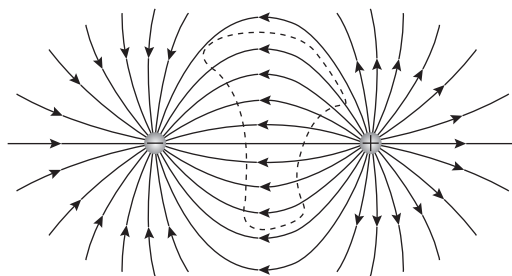


图 1-54

1.4.2 电场强度通量

上面的这些想象很形象,但总是有点“土”,科学可以通过打比方理解,但不能凭打比方对物理量进行定义与定量,我们需要建立一些相关的物理概念,并且用可靠的逻辑来描述上面所说的关于电场线的

感觉。

“穿出某一块面积的电场线条数”？它除了取决于面积的大小，还取决于电场线的疏密（场强的大小），还取决于这个面积与电场方向之间的方位关系，正对电场方向的面积才是有效面积。因此，我们定义电场强度通量 Φ_E ，它与某一面积所在处的电场强度 E 及正对电场强度方向的面积 S 之间的关系为 $\Phi_E = E \cdot S$ 。 Φ_E 的单位由 E 、 S 的单位决定，为 $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ 。

注意： S 必须是正对 E 方向的面积，而且显然，这一区域的电场强度必须处处一样。对于非匀强电场或者曲面，我们仍然用老办法，即把各个小部分进行叠加。

但电场强度是矢量，电场强度通量是标量，怎么理解？这就像某一个房间朝南的窗户，早上八九点钟射入的光线量可能与下午五六点钟射入的一样，“正对面积”这件事已经反映电场强度的方向对通量的影响。

但窗户会有外面的光线穿入，也会有光线穿出，怎么区分？我们可以规定向里或者向外为正，相反的则为负。但这里边反映穿出穿入的“方向”并不是矢量方向。因为它并不是空间指向，也不能进行矢量叠加。

例 1-22 （2018 北京，节选）点电荷的电场线分布如图 1-55 所示，以点电荷为球心的球面 S_1 、 S_2 到点电荷的距离分别为 r_1 、 r_2 。我们知道，电场线的疏密反映了空间区域电场强度的大小。请计算 S_1 、 S_2 上单位面积通过的电场线条数之比 $\frac{N_1}{N_2}$ 。

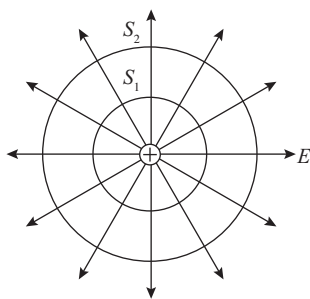


图 1-55

【答案】 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2}$ 。

【分析】 首先，这道题当年被大量吐槽，有人说超纲，有人说电场线不可数之类。但是这都不是问题，因为人家问的是“之比”，无论怎么画、画多少条电场线，这个比值是确定的。另外，这里考查的不是知识与结论，而是“思想”。

无论这两个球面各自多大，也无论大家愿意画出多少条电场线，穿过 S_1 和 S_2 的电场线条数都是一样多的，因为电场线起于正电荷或者无穷远，止于负电荷或者无穷远。所以， S_1 、 S_2 上单位面积通过的电

场线条数 N_1 、 N_2 分别为 $N_1 = \frac{N_{\text{总}}}{S_1} = \frac{N_{\text{总}}}{4\pi r_1^2}$

和 $N_2 = \frac{N_{\text{总}}}{S_2} = \frac{N_{\text{总}}}{4\pi r_2^2}$ ，因为所有除了这个点电荷之外的地方（除了无穷远处）不能无缘无故地产生，也不能无缘无故地消失，于是有 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ 。与 r_1 、 r_2 两处的电场强度之比

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} (E = k \frac{Q}{r^2})$ 对比，显然可见， $\frac{E_1}{E_2} =$

$\frac{N_1}{N_2}$ ，这让“电场线的疏密表示场强大小”有了更具体的意义。

现在高考以下所有的考试题都用不到

“电场强度通量”这个概念,即使用到了,题目中也有足够的信息提示。以下几个例题都来源于最近几年海淀区的模拟题。

例 1-23 类比是一种重要的科学思想方法。在物理学史上,法拉第通过类比不可压缩流体中的流速线,提出用电场线来描述电场。

静电场的分布可以用电场线来形象描述,如图 1-56 所示,若在 A 、 B 两点放置的是电荷量分别为 $+q_1$ 和 $-q_2$ 的点电荷,试根据电场线的分布情况比较 q_1 和 q_2 的大小关系。

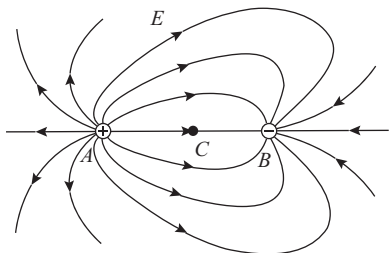


图 1-56

【答案】 $q_1 > q_2$ 。

【分析】 这道题的答案比较明显, A 发出的电场线多、 B 接收的电场线少。 A 的电荷量显然比 B 多, $q_1 > q_2$ 。 q_1 、 q_2 都代表电荷量的多少,不含正负。

例 1-24 有一足够大的静止水域,在水面下足够深、离水底也足够远的地方放置一个大小可以忽略的球形喷头,其向各方向均匀喷射水流。稳定后水在空间各处流动速度大小和方向是不同的,为了形象地描述空间中水的速度的分布,可引入水的“流速线”。水不可压缩,该情景下水的“流速线”的形状与正点电荷的电场线相似,箭头方向为速度方向,“流速线”分布的

疏密反映水流速的大小。

(1) 已知喷头单位时间喷出水的体积为 Q_1 ,请类比点电荷的电场线分布,写出喷头单独存在时,距离喷头为 r 处水流速大小 v_1 的表达式。

(2) 如图 1-57 所示,水面下的 A 点有一大小可以忽略的球形喷头,当喷头单独存在时,可以向空间各方向均匀喷水,单位时间喷出水的体积为 Q_1 ;水面下的 B 点有一个大小可以忽略的球形吸收器,当吸收器单独存在时,可以均匀吸收空间各方向的水,单位时间吸收水的体积为 Q_2 。同时开启喷头和吸收器,水的“流速线”的形状与图 1-56 的电场线相似。若 A 、 B 间的距离为 $2a$, C 为 A 、 B 连线的中点。喷头和吸收器对水的作用是独立的,空间水的流速和电场的场强一样都为矢量,遵循矢量叠加原理,类比图 1-56 中 C 处电场强度的计算方法,求图 1-57 中 C 点处水流速大小 v_C 的表达式。

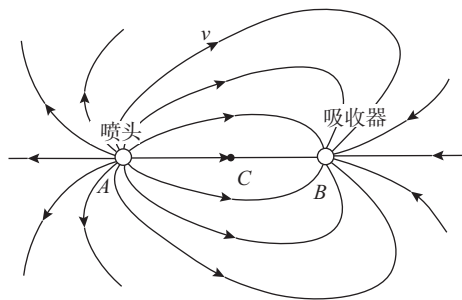


图 1-57

【答案】 (1) $v_1 = \frac{Q_1}{S}$;

(2) $v_C = v_1 + v_2 = \frac{Q_1}{a^2} + \frac{Q_2}{a^2}$ 。

【分析】 这道题类比的关键点在哪里? 在于“流速线分布的疏密反映水流速度的大小”与“电场线分布的疏密反映电场

强度大小”的类比。

(1) 因为水被视为不可压缩(当然也就不会膨胀)的理想流体,相同时间内流过任意以小喷头为球心球面的水的体积必然也为 Q_1 , 即 $Q_1 t = S v t$, 于是有 $v_1 = \frac{Q_1}{S}$ 。

而且,任意相等时间内流过 S_1 的水的体积与流过 S_2 的水的体积必然相等,则有 $4\pi r_1^2 v_1 = 4\pi r_2^2 v_2$, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, 这也与 $\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ 非常相似。这个场景的想象可以参考图 1-56。

(2) 这个情景不好想象的话,可以想象一个无限大水平地面上有一个泉眼(喷头),另一点处有一个地漏(吸收器),水流的流速线在水平面内与此相似。

本题我们还是要在立体空间内想象。接着上一问的分析我们发现,所谓流速场中的 v 与静电场中的 E 很相似,于是得到

$$v_c = v_1 + v_2 = \frac{Q_1}{a^2} + \frac{Q_2}{a^2}。$$

例 1-25 类似于磁通量,我们可以定义电场的电通量:对于放置于电场中的任意曲面,我们都可以将其划分为无穷多、足够小的面元 ΔS , 每个面元即可视为平面,且穿过该面元的电场也可视为匀强电场,那么电场强度沿着垂直于面元的分量 $E_{\perp}$ 与 ΔS 的乘积即为穿过 ΔS 的电通量,对整个曲面求和,就得到了穿过该曲面的电通量,即 $\Phi = \sum E_{\perp} \cdot \Delta S$ 。对于电通量,我们也可以将其形象化地理解为穿过某一曲面的电场线的条数,若同一簇电场线先后穿过了两个不同的曲面,则穿过这两个曲面的电通量相等。

(1) 利用电通量的定义,计算图 1-58 中穿过球面 S_1 的电通量大小 Φ_1 ;

(2) 两个不等量异号电荷所形成的电场线分布并不完全对称,图 1-59 所示曲线为从电荷量为 $+q_1$ 的正点电荷出发、终止于电荷量为 $-q_2$ 的负点电荷的一条电场线,该电场线在正点电荷附近的切线方向与两电荷的连线夹角为 α ,在负点电荷附近的切线方向与两电荷的连线夹角为 β 。利用电通量的性质求 α 与 β 之间的关系,并据此判断 q_1 和 q_2 的大小关系。

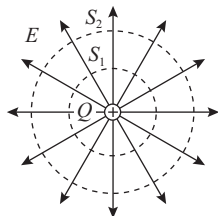


图 1-58



图 1-59

提示:如图 1-60 所示,已知半径为 r 、高度为 h 的球冠面积公式为 $S = 2\pi r h$ 。

【答案】 (1) $\Phi_1 = 4\pi k Q$;

(2) $q_2 > q_1$ 。

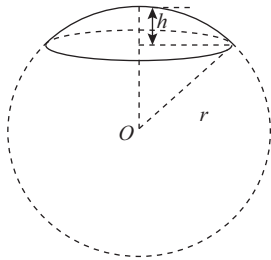


图 1-60

【分析】 (1) 这个电场虽然不是匀强电场,但球面上各点处的电场强度都大小

相等且垂直于球面,因此根据电通量的定义可知,通过整个球面的电通量为

$$\Phi_1 = E_1 \cdot S_1 = k \frac{Q}{r_1^2} \cdot 4\pi r_1^2 = 4\pi kQ$$

(2) 分别以点电荷 $+q_1$ 和 $-q_2$ 为中心,取一半径为 r 的很小的球面,球面处的电场可近似视为点电荷电场。穿出 2α 角所对的球冠面的电场线应完全穿入 2β 角所对的球冠面,两个球冠面上的电通量相等。

球冠面积可以分别表示为 $2\pi r \cdot r(1 - \cos \alpha)$ 和 $2\pi r \cdot r(1 - \cos \beta)$,根据电通量相等可得

$$k \frac{q_1}{r^2} \cdot 2\pi r \cdot r(1 - \cos \alpha) = k \frac{q_2}{r^2} \cdot 2\pi r \cdot$$

$r(1 - \cos \beta)$

即

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{1 - \cos \beta}{1 - \cos \alpha}$$

由于 $\beta > \alpha$, 所以 $q_2 > q_1$ 。

1.4.3 高斯定理的规范表达

把前面所述的思想综合一下,高斯定理可用规范的语言表达为:“在真空中的静电场内,通过任意封闭曲面的电通量等于该封闭曲面所包围的电荷的电荷量的代数和的 $4\pi k$ 倍”,用公式表达为 $\Phi_E = 4\pi k \sum q_{\text{内}}$,如图 1-61 所示。

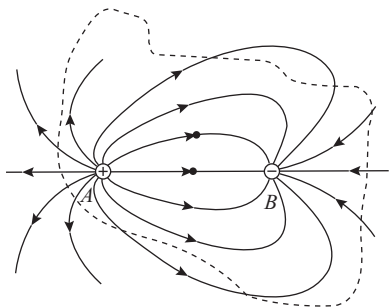


图 1-61

注意:这里把前面的分析综合了一下,封闭曲面内可以同时有多个电荷,规定电通量 Φ_E 向外穿出为正。

在中学物理中,我们并不会命制应用高斯定理求解的考试题,那真的是超纲了,不过这不妨碍我们用高斯定理理解所遇到的一些问题。例如,求均匀带电球壳、均匀带电球体内外的电场强度分布。不过,这时候我们所取的闭合曲面必须是以带电体球心为球心的球面,因为这样才能根据对称性确信球面上场强大小处处相等且垂直于球面,才能简单确定 $\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2$ 。以均匀带电球为例,设半径为 R ,共带电 Q ,如果 r 小于均匀带电球体的半径,容易列出

$$E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \cdot \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$$

从而求得 $E = k \frac{Q}{R^3} r$ 。

我们把式子列得比较奇怪,是想更清楚地反映 $\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ 是球体单位体积内的带电荷量,而 $\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$ 则是前面用来打比方的“鸡蛋黄”部分的带电荷量。

如此显而易见的高斯定理,竟然是“定理”而不是“定律”,因为它可以通过库仑定律进行一般的证明。前面讲库仑定律的时候,我们质疑了一下凭什么 $F = k \frac{Qq}{r^2}$ 的 r^2 是严格的二次方? 为什么不能是 r 的 $(2 + \delta)$ 次方? 也许只是 δ 很小而没有测量出来呢? 如果单纯地重复库仑扭秤实验, F 、 Q 、

q 的测量都很难精确,现在我们可以改换思路,就是如果没有发现一个判断的推论有问题,那大概这个判断也没问题。

高斯定理为我们指明了一条验证库仑定律是否遵循平方反比的优越方法,我们只需要确定一个均匀带电球壳内的电场是否精确为零、球壳内表面是否没有净余电荷的分布就可以了。

1.5 电势能

我们先从一个具体问题说起。

光滑绝缘水平面上的两个带电小球由静止释放,显然,它们会越来越快地互相远离。从牛顿运动定律角度看,排斥力产生加速度,于是二者都做加速度减小的加速运动;从做功的角度看,排斥力做功,动能增加,这都没有任何问题。但问题在于,功是能量转化或转移的量度,或者说一个不与外界进行能量交换的系统的总能量是守恒的。设想一下,这个只有两个电荷的孤立系统动能多了,什么能量少了? 我们很容易想到的是电荷间存在某种势能,而且与电的相互作用有关,不妨称之为电势能。

但我们需要逻辑与证据,或者说论据与论证。

1.5.1 电场力做功的特点

系统能够引入势能概念的前提是其中涉及的力做功与路径无关。重力做功、弹簧弹力做功都如此,静电场中的电场力做功也如此吗?

我们容易证明匀强电场中满足这一

点,甚至不用证明,因为 $W = F s \cos \theta$, 其中 F 是恒力, s 是位移而非路程,只与初、末位置有关。教材上有对于匀强电场情况的证明。

在点电荷产生的电场中移动带电质点时,我们也可以像如图 1-62 所示那样证明,点电荷经图中几条路径做功都相等,与路径无关,因为只有沿电场线方向的移动伴随做功。

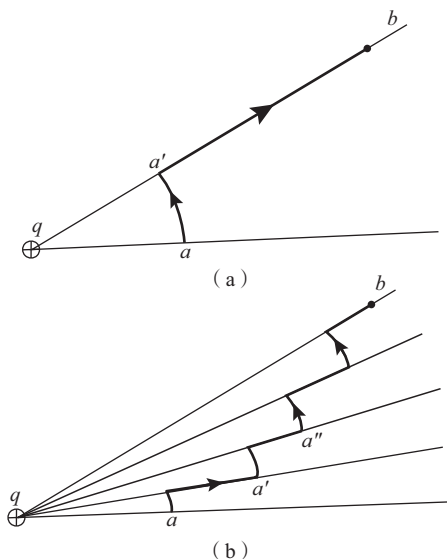


图 1-62

这样我们容易推广到任何静电场中,电场力做功都与路径无关,因为任何静电场归根结底都是由一系列点电荷产生电场的叠加,所以我们确信可以引入电势能的概念。

1.5.2 电势能的值

但我们怎么确定电势能的值呢? 与重力势能一样,电势能有意义的是一个过程中的变化量,而且对于任何势能,总有“ $\times \times$ 力做功等于 $\times \times$ 势能的减少”,于是有 $W_{\text{电}} = -\Delta E_p$, Δ 表示增加, $-\Delta$ 表示减少。比如,某电荷在电场中 A 点具有的电

势能为 E_{pA} 、在 B 点具有的电势能为 E_{pB} ，把电荷从 A 点移动到 B 点，电场力做功为 W_{AB} ，则有 $W_{AB} = -(E_{pB} - E_{pA}) = E_{pA} - E_{pB}$ 。这里 $E_{pB} - E_{pA} = \Delta E_p$ ，表示势能的增加，“末减初”； $E_{pA} - E_{pB}$ 表示势能的减少，“初减末”。那么，如果末状态电势能小于初状态怎么办？无非是增加了一个负数。

势能属于系统，系统处于某一状态下的电势能 E_p 的值就等于把这一系统变成零势能状态过程中静电力所做的功 W （或者说是从零势能状态变到现在状态静电力所做的负功），用式子表示就是 $E_p - 0 = W$ 。如果这个功是正的，说明 E_p 是正的；反之说明 E_p 是负的。势能的正负不是表示方向，势能是标量，它表示势能的大小。这和重力势能、引力势能同理，也和一张信用卡里边的钱同理：我有 1 元，正的，你有 100 元，负的，结论是我比你有钱。

要确定系统某一状态下的势能，首先需要规定零势能点，我们通常选取大地或者无穷远处为零势能点（后面我们会看到二者大多数时候是一致的）。那么，多远算是无穷远？教材上说：“如果离场源电荷已经很远，以至于试探电荷已经不能探测到电场了，这点就可以算成‘无限远’。”依这样的规定（或者叫约定），显然容易得到这样的结论：“同号电荷之间的电势能一定是正的，异号电荷之间的电势能一定是负的。”因为将前者互相分开直到无穷远，静电斥力一直做正功，电势能一直减小，最终到零，可见原来是正的；而将后者互相分开直到无穷远，静电斥力一直做负功，电势能一直增加，最终到零，可见原来是负的。比

如，原子中的电子与原子核之间的电势能当然是负的，正、负离子之间的电势能也是负的，把原子电离或者把正、负离子分开，当然要吸收能量，而把电子与正离子结合或者把正、负离子结合在一起当然要释放能量。从这个角度理解化学键的破坏或者成键，理解化学反应的吸放热，是不是更好一些？虽然成键涉及的能量问题实际上可能没那么简单。

在具体问题中，根据实际情况，我们也可能规定某一点为势能零点，然后用一个接地符号“ $\perp$ ”表示。

例如在图 1-63 中，足够大的均匀带电平行平面之间形成近似的匀强电场，电场强度为 E ，从正试探电荷 q 到负极板的距离为 d ，负极板接地，此时试探电荷 q 与匀强电场之间的电势能是多少？

假设电荷从此处移动到负极板（零电势能）处，电场力做功为

$$W = qEd$$

因为， $W_{\text{电}} = -\Delta E_p$ ，所以有 $E_p - 0 = E_p = qEd$ ，这便是试探电荷 q 和匀强电场之间的电势能。

但如果将正极板接地，试探电荷 q 和

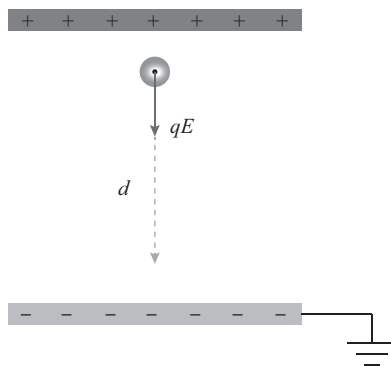


图 1-63

匀强电场之间的电势能便会是负的。那又有什么关系呢?重要的是,把 q 从电场中一点移动到另一点,电势能的变化量不变,就像我们学过的重力势能。

判断电势能的增减,除了看电场力做功,看“ $\times\times$ 力做功等于 $\times\times$ 势能的减少”这一纲领,还可以看系统自发变化的方向。通俗地讲,把电荷搬运到它愿意去的地方,电势能必然减少,而把它搬运到它不愿意去的地方,电势能必然增加,这跟所有的势能变化规律是一样的。所谓“水往低处流”,正是这个道理。而“人往高处走”,则必须高度自律,克服地心引力,克服人性弱点,克服懒惰,克服疲劳,去追求,去上进。

1.5.3 两个点电荷之间的电势能的定量计算

如果在一个正点电荷 Q 的场中,距离场源电荷 r 处有一正试探电荷 q ,那此时系统的电势能应该怎么计算呢?

道理一样,需要计算出把系统中的试探电荷移动到无穷远处电场力所做的功。但这里的电场力是个变力,怎么计算?我们可以利用微元法来试试。如图1-64所示,在距离场源电荷 r 处的场强为 $E=k\frac{Q}{r^2}$,在 r 附近极小的一段 Δr 内,可以认为 E 是恒定的,则这一小段位移内做的功 $\Delta W=k\frac{Qq}{r^2}\Delta r$,下面我们做个近似处理。

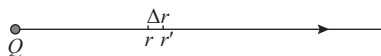


图 1-64

取 r_i 附近的 $\Delta r_i=r_{i+1}-r_i$,则有

$$\begin{aligned}\Delta W_i &= k \frac{Qq}{r_i^2} \cdot \Delta r_i \approx k \frac{Qq}{r_i r_{i+1}} \cdot \Delta r_i \\ &= k \frac{Qq}{r_i r_{i+1}} \cdot (r_{i+1} - r_i)\end{aligned}$$

有同学可能质疑上面的一个近似,就是为什么把 $r_i^2 \approx r_i r_{i+1}$,而不把 $\Delta r_i = (r_{i+1} - r_i)$ 近似为0?设想 $r_i = 1000, r_{i+1} = 1001, r_i^2$ 与 $r_i r_{i+1}$ 的相对误差约为 $\frac{1}{1000}$,而把 $(r_{i+1} - r_i)$ 近似为0的相对误差是多大?百分之百。

那么,把从 r 处到无穷远处这段过程分成无数个 $\Delta r_i (i=1, 2, 3, \dots)$,电场力做功的总和就相当于将这无数段相邻的 ΔW 相加起来,即 $W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \dots$

$$\begin{aligned}\text{注意 } k \frac{Qq}{r_i r_{i+1}} (r_{i+1} - r_i) &= k \frac{Qq}{r_i} - k \frac{Qq}{r_{i+1}}, \text{ 则} \\ W &= k \frac{Qq}{r_2} - k \frac{Qq}{r_1} + k \frac{Qq}{r_3} - k \frac{Qq}{r_2} + k \frac{Qq}{r_4} - \\ &k \frac{Qq}{r_3} + \dots = k \frac{Qq}{r_\infty} - k \frac{Qq}{r_1} = -k \frac{Qq}{r_1}\end{aligned}$$

中间的都消掉了,而且 $\frac{1}{r_\infty} = 0$ (这实际上就是一个积分的过程,数学上以后会学)。即

$$W = -\Delta E_p = E_p(\infty) - E_p(r) = -k \frac{Qq}{r}$$

于是有

$$E_p(r) = k \frac{Qq}{r}$$

其中 Q 和 q 分别为场源电荷和试探电荷的电荷量, r 为试探电荷与场源电荷之间的距离,这显然是选取了无穷远作为势能零点。

但这个式子绝不是从 $k \frac{Qq}{r^2} \cdot r$ 得到的,因为 $k \frac{Qq}{r^2}$ 是变力,其中的 r 是现在的相

互距离,而另一个 r 是移动距离,二者并不一致。

另外,还要注意这是 Q 与 q 之间的电势能,不能说是 Q 的电势能或者 q 的电势能。

如果系统由三个点电荷组成,相应地其中有三份两两之间的电势能。

1.6 电 势

让我们继续思考下一个问题。

在图 1-65 所示的匀强电场中有 A 、 B 、 C 三点,这三个点有什么不同? 不许用现在还没有学过的概念解释。

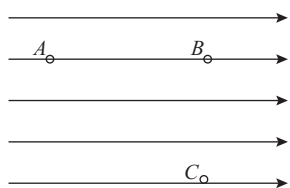


图 1-65

嗯……这三处的电场强度是一样的。也不能说 A 在 B 的左边, C 在 B 的下边,如果我们把书旋转 90° , A 、 B 会变成上下关系,而 B 、 C 会变成左右关系……

经过思考,有同学可能会发现,如果在电场中有一个正电荷,它在 A 点的电势能比在 B 点大。如果放入的是负电荷,显然 A 点的电势能比 B 点小,而且放的电荷的带电荷量越大,这个电势能的差值越大。而在 B 、 C 两点,不管是正、负电荷,它们的电势能一样大。可见这个电势能不是 A 点和 B 点的本质差别,也不是 B 点和 C 点的关键相同之处。我们要寻找一个只和电场本身有关的物理量。

1.6.1 电势:某一点在电场中的“地位”

我们可以说 B 在 A 的下游,而 B 、 C 呢? 难道要说“一样游”“不上不下游”? 我们可以说,从电的角度看, A 、 B 的地位是不一样的, B 、 C 的地位没差别。

换一个角度,我们注意到,影响电势能的因素除了场本身,还有试探电荷,比如同样在 A 处,电荷量为 $2q$ 的试探电荷的电势能是 q 的两倍,不管选什么位置为势能零点。就像同一高度处放置的质量为 $2m$ 的物体重力势能是质量为 m 的物体重力势能的两倍一样。进一步地,我们发现在电场中同一点,点电荷的电势能与其带电荷量成正比。这样一来,我们又发现了一个只和电场本身有关而和所放检验电荷无关、甚至和放不放检验电荷都无关的物理量,它可以描述这一点在电场中,从“电”的角度来看,地位是在上游还是下游,不妨叫作“电位”? 现在教材上不这么叫,而是叫作**电势**(electric potential,其实早些年的物理教材还真的把它翻译成**电位**)。电势用符号 φ 表示,并且有 $\varphi = \frac{E_p}{q}$,单位为 J/C 或者 V,读作伏(特)。1V=1J/C。

例如,在静止的点电荷 Q 产生的电场中,如果在离开 Q 的距离为 r 处放一个检验电荷 q ,以无穷远为势能零点,二者间的电势能为 $E_p(r) = k \frac{Qq}{r}$,果然与 q 成正比。

而该点处的电势为 $\varphi = k \frac{Q}{r}$,与检验电荷 q 无关。如果点电荷 Q 为负,电势 φ 相应地

也为负。但这只适用于点电荷产生的电场。

这里似乎有一个漏洞,就是如果我放入电场的检验电荷带负电怎么办?不需要怎么办。因为在电场中同一点,如果正检验电荷 q 的电势能为 E_p 的话,等量的负检验电荷 $-q$ 的电势能必然为 $-E_p$,因为它们俩从电场中同一点移动到无穷远电场力做功的话,会发现两次做功一正一负,绝对值相等。所以,当 q 变负时, E_p 也会变负。

例如,在上面的正点电荷 Q 产生的电场中的一点放入负的点电荷 $-q$, $-q$ 与 Q 间电势能 $E_p' = -k \frac{Qq}{r}$, $-k \frac{Qq}{r}$ 与 $-q$ 的比值当然还是 $k \frac{Q}{r}$ 。

注意: $\varphi = \frac{E_p}{q}$ 与 $\varphi = k \frac{Q}{r}$ 的区别在于前者对于任何电场都成立,叫作“定义式”;后者只对于点电荷电场中的一点成立,一般叫作“决定式”。

1.6.2 比较同一电场中两点的电势高低

那么从电场中一点到另一点,电势是升高还是降低?我们可以假装移动一个正的检验电荷,如果其电势能减少,则起点处电势比终点处高。如果不幸移动的是一个负电荷呢?

注意: 如果公式 $\varphi = \frac{E_p}{q}$ 中的 q 为负,那么当 E_p 增大时 φ 反而减小。

其实,对照电场线分析不难发现,顺着电场线移动正电荷,电场力做正功、电势能

减少,除以这个电荷的 q ,电势当然降低,就像顺着水流方向“地势”必然降低,而逆着电场线电势当然升高,就像在河流中逆流而上。显然,“顺流而下”这个判断方法更形象、更简单明了。

如果我一路小心翼翼,始终垂直于电场线移动位置,电势就没有理由升高或者降低。

这里埋伏了一个问题,就是顺着电场线往下游走,电势降低,但电势降低的方向可未必是顺着电场线,因为与电场线成锐角并往下游走,电势也是降低的,就像乘电梯下楼时高度会降低,但要降低高度却未必必要乘电梯。

不在电场中的两点怎么比较电势?这个一般不比较,就像一般不比较火星上的一个点和地球上的一个点谁更高。如果非要比较,那就必须规定相同的零电势点,然后比较它们各自相对于零电势点高多少或者低多少。例如,比较青藏高原上的一座房子的顶与东海边上一座高山的顶谁高,我们一般比较它们相对于海平面的海拔,而不是相对于它们各自附近一块平地的高度。

当然,如果要进一步确定电势的具体值,需要先规定电势零点。和电势能零点的规定一样,我们一般规定大地或无穷远为电势零点。当然,也可以根据所研究问题的需要,规定某点的电势为零。

1.6.3 电势的正负

前文提到,在公式 $\varphi = \frac{E_p}{q}$ 中, E_p 是有正负的, q 也有正负,所以 φ 当然也有正负。

那么, φ 的正负表示方向? 并不, 因为电势也是标量; 表示电势的大小? 感觉也有点奇怪。其实就像海拔高度, 应该叫高低。 φ 为正, 表示比零电势高, 绝对值越大越高; φ 为负, 表示比零电势低, 绝对值越大越低。

进一步地, 以无穷远为电势零点, 结合电场线分布不难理解下面的结论:

① 在正的点电荷 Q 产生的电场中各点, 电势都是正的;

② 在负的点电荷产生的电场中各点, 电势都是负的。

如果我们能找出相应的电势 φ 随距离 r 的变化关系, 就可以得到图 1-66, 其中图 (a) 为正电荷的电势曲线, 图 (b) 为负电荷的电势曲线。正电荷的电势曲线像山峰一样, 如果把一块石头放在坡顶, 则石头会自动 (在重力作用下) 滚到势能更低的坡底。同样, 如果在正电荷的场中放一个正的试探电荷, 该试探电荷也会自动 (在电场力作用下) 向无穷远处移动。负电荷的场像山谷, 正的试探电荷放进来会坠入谷底 (负电荷所在之地)。如果不是局限于纸面内, 可以想象正电荷所在位置附近的电势分布就像一个看不见顶的高山, 而负电荷周围的电势分布就像一个深不见底的大坑。但这还不够, 想象一下从宇宙中比较远处看地球, 从各个方向看, 接近地心的方向地势都在降低。

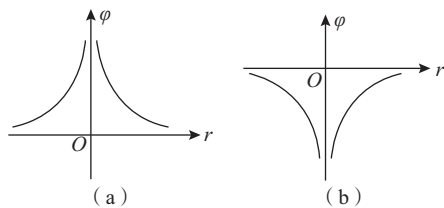


图 1-66

细心的同学还会从图像中发现斜率的变化, 无论是正电荷还是负电荷的场, $\varphi-r$ 图线的切线斜率绝对值都随 r 的增大而减小。此处的斜率有什么物理意义吗? 我们后面慢慢讲。

以无穷远为电势零点, 结合电场线分布, 我们还可以得到下面的结论:

③ 两个等量同号正点电荷产生的电场中各处的电势都是正的, 两个等量异号点电荷产生的电场中各点的电势都是负的;

④ 等量异号点电荷连线中垂线上各点的电势都为零, 因为沿着这一条中垂线移动检验电荷电场力不做功、电势能不变, 而无穷远处这个检验电荷的电势能为零, 所以在中垂线上各处的电势能也为零; 或者沿这条中垂线往无穷远, 始终垂直于电场线移动, 电势既没有升高也没有降低, 而无穷远处电势为零。

1.6.4 电势的叠加

如果一处电场由两部分或两部分以上的电荷产生, 我们知道合场强要通过各部分产生的场强矢量叠加来求。但电势是标量, 只需要标量叠加。例如, 前面我们讲等量异号点电荷产生的电场中, 电荷连线的中垂线上一点的电势为零, 这其实还可以从电势叠加的角度来看: 在任意一点处, $+Q$ 产生的电势 $k \frac{Q}{r}$ 与 $-Q$ 产生的电势 $-k \frac{Q}{r}$ 叠加, 当然都是零。同理可知各种已知电荷分布的电场中电势的分布。

例如, 我们可以画出等量同号、等量异

号点电荷电场中 E 、 φ 沿两点连线,以及连线中垂线上各点的分布,如图 1-67 所示,图中 x 、 y 均以两点电荷连线中点为坐标原点,向右向上为正。

$$(a) E = k \frac{Q}{(L-x)^2} - k \frac{Q}{(L+x)^2}, \varphi = k \frac{Q}{L-x} + k \frac{Q}{L+x}, x \text{ 是自变量};$$

$$(b) E = 2k \frac{Q}{L^2+y^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{L^2+y^2}}, \varphi = 2k \frac{Q}{\sqrt{L^2+y^2}}, y \text{ 是自变量};$$

$$(c) E = k \frac{Q}{(L-x)^2} + k \frac{Q}{(L+x)^2}, \varphi = k \frac{Q}{L+x} - k \frac{Q}{L-x}, x \text{ 是自变量};$$

$$(d) E_x = 2k \frac{Q}{L^2+y^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2+y^2}}, \varphi = 0, y \text{ 是自变量}.$$

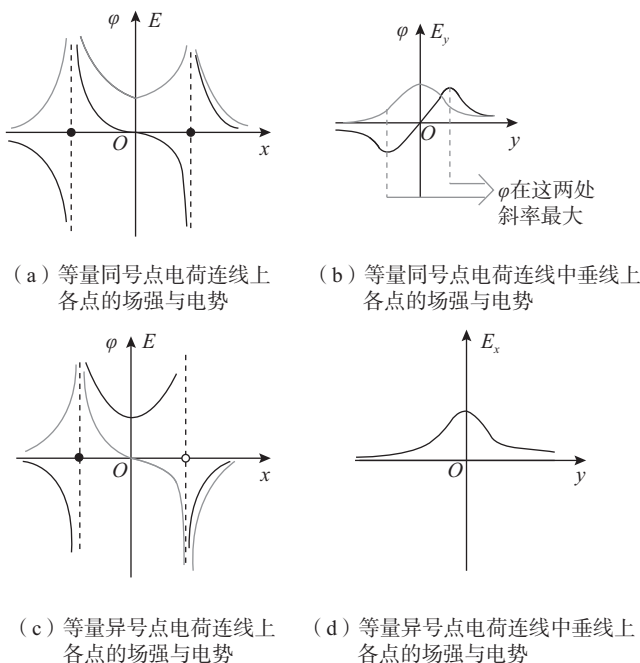


图 1-67

1.7 电势差与等势线、等势面

在测量身高时,无论我们站在地下室还是楼顶,测得的结果都一样,与脚所处的海拔没有关系;两个同学比高矮时,我们比较的是两个同学各自头顶到脚底的高度差。当然,也可以让两个同学都踩在同一水平面来比较头顶位置。但在比较两座山的高度时,我们没有办法把两座山搬到一起比较,但我们可以选定共同的零高度,从而比较它们的海拔。

同样地,电势和电势能的大小本身也没有意义,因为不知道这个大小是相对于哪个零电势点而言的。重力势能也一样,假设放在十楼书桌上一本 0.1kg 的书,如果以十楼地板为零势能点,重力势能约为 1J ;但若以一楼地板为零势能点,重力势能可能就变成约 30J 了。势能和电势的绝对值并没有意义,相对值才有意义,有意义的是差值。

1.7.1 电势差

理解了电势之后,我们不难理解电势差,也就是“电势”的“差”。用 U_{AB} 表示 A 与 B 之间的电势差,则有

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

而 B 与 A 之间的电势差则为

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = -U_{AB}$$

AB 间和 BA 间的电势差是不同的,这里的正负号表示什么意思呢? 表示哪一端电势高。 U_{AB} 为正表示 A 点电势高于 B 点电势。于是我想,如果武术学校的人处于倒立状态,我也可以给他量出来身高是

“-1.80 米”，“-”表示头顶低于脚底。

这个电势差在电路部分我们学过，叫作电压，但电压没有正负啊！其实我们当初学习电压时虽然没有说电压有正负，但总得留心哪一端是正极，现在想一下，电势差的正负其实是顺带指明了哪端是正极。

根据电势能和电场力做功的关系，不难得出

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{E_{pA} - E_{pB}}{q} = \frac{W_{AB}}{q}$$

变换一下形式，也可以写作

$$W_{AB} = qU_{AB}$$

其实，这个式子就是初中所学的电功 $W = UIt$ ，因为我们后面会学到电流等于单位时间内流过导体截面的电荷量，即 $I = \frac{q}{t}$ 。

$I = \frac{q}{t}$ 这个知识点在初中是讲过的，因为大家觉得虽然“实验探究”了“电流做功与什么因素有关”，但对于“电流”并没有直观的印象。而对于电功为什么是 $W = UIt$ ，虽然初中做了不少的探究实验，但因为并没有形成逻辑体系，好多同学并不能想清楚公式的来龙去脉，时间久了自然容易遗忘或者混淆。要形成深刻、长久的记忆，有时可以通过强烈的刺激达成，更多的是纳入原有的知识体系、形成有效的知识关联。现在我们踏实了，所谓电功，其实就是电场力做功；所谓消耗电能，其实就是消耗电势能。

再如，在研究微观粒子时常用电子伏特(eV)作为能量的单位，这个 1eV 有多大？1eV 等于一个电子经过 1V 电压加速后所增加的动能。我们知道 1J 的能量大约是把两颗鸡蛋举高 1m 所需的能量，那么，1eV 等

于多少焦耳？等于 $1.6 \times 10^{-19} \text{J}$ 。这么小的能量，用焦耳这个单位真的太大了，所以，在微观领域，电子伏特是一个很形象的单位。

而且，在 $W_{AB} = qU_{AB}$ 中，电场力做功 W_{AB} 只与初、末位置有关而与运动路径无关，与 q 在运动过程各处的受力情况也无关，比用 $W = Fs \cos \theta$ 更方便。

1.7.2 换个角度理解电势差

电势差这个概念，也可以换一个角度来理解。

前面我们讨论匀强电场中的两点有什么不一样时认识到，这两点从电的角度来看地位不一样，一个在上游、一个在下游。如果我们继续追问，A 点比 B 点高多少呢？当然不能说高几米。

不过我们发现，如果把一个检验电荷 q 从 A 点移动到 B 点，电场力做功 W_{AB} 会与路径无关而与 q 成正比，那么这个比值 $\frac{W_{AB}}{q}$ 与什么有关呢？与电场本身有关，与 A、B 两点的位置有关。这个比值越大，表明从电的角度来看 A 点比 B 点高得越多，即

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

和 $E = \frac{F}{q}$ 、 $\varphi = \frac{E_p}{q}$ 一样，虽然 U_{AB} 由 W_{AB} 与 q 求比值得出，但它竟然与 W_{AB} 及 q 都没关系，也是一个用比值法定义物理量的例子。有些教材也会从这个角度先引入电势差，再规定零点引入电势，再引入电势能这样一套思路，理解的切入点就在于“A 点比 B 点高多少”。

比如，一节干电池两端的电压约为

1.5V,用手捏住两端也不会有什么感觉;家庭电路电压为220V,那是相当危险的,不能触碰;做演示实验的静电感应起电机两极之间的电压可以达到10万伏以上,可以击穿两极之间的空气,噼里啪啦放电;雷电的电压可以达到1亿伏,雷霆万钧其实应该是对电场力的描述,反映其强大的能量释放应该用“雷霆万焦(尔)”,实际上可以达到“雷霆亿焦”。

1.7.3 等势线与等势面

我们前面理解了电势与电势差,那么进一步地,如果一些点的电势相等或者说各点之间的电势差为零,在平面上把这些点连起来,就是等势线。如果在三维空间中,这些电势相等的点的集合将成为一些曲面,也就是等势面。

教材上和老师在课堂上都会用等高线来类比等势线,那么进一步想象一下,地球周围离地面20km的球面,是不是也应该叫等高面?

我们把一张平面图上电势相等的点连起来,就得到了等势线;把空间中电势相等的各点构成的面叫等势面。显然,电场线与等势线或者等势面总是处处垂直的。

现在,我们不难想象“山峰”或者“山谷”这样的电势空间分布,不妨进一步类比地图上的“等高线”,以此来描述电势的高低。

例如,正的点电荷在它所在平面上的等势线,与一座中心无限高的孤立山峰周围的等高线非常相似;负的点电荷周围则有点像一个中心无限深邃的地洞的等高线;两个等量正点电荷形成的电场在两电

荷所在平面上的等势线分布像双峰对峙的山脊附近的等高线;而两个等量异号点电荷形成的电场在两电荷所在平面上的等势线分布则像一个无限深邃的地洞在一个无限高山峰旁边附近的等高线;零电势等势线像是零海拔的海岸线……图1-68是一些常见电场的等势线分布,空间中的等势面分布需要大家去想象、脑补。

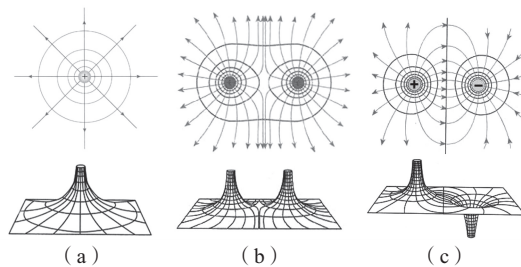


图 1-68

从上面这些图我们可以总结并理解等势线、等势面分布的一些特点。

首先,等势线可以闭合,就像等高线可以闭合一样。

其次,在同一平面上,不同电势的等势线不能相交或者相切,这很明显。但与等高线不同的是,我们不画空间等势线的投影,所以不会出现地图上的“陡崖”这样的画法。

再次,电场线与等势线或者等势面总是处处垂直的。这个不难理解,因为如果不垂直,沿等势线电场强度不为零,那必然有电势的升高或者降低,就不是等势线了。

最后,在电场线密集的地方,等势线也密集;而沿电场线方向,感觉似乎是“电势降落最快的方向”。

哦,不,这个电势降落最快是什么意思?为什么?匀强电场可以和怎样的地形类比?高原、平原地形的等高线怎么画?

1.8 电势、电势差和电场强度的关系

让我们先放下物理,幻想去海边放松一下。比如青岛,这个地方让老师很向往。一转角,是漂亮的海滨浴场;一转角,又是优良的深水港口。想一想,在海水的下面,什么样的地形适合作为海滨浴场? 什么样的地形适合作为港口?

又如,李云龙的部队驻守在一个山头,地图上此处的等高线分布如图 1-69 所示,哪一边容易防守?

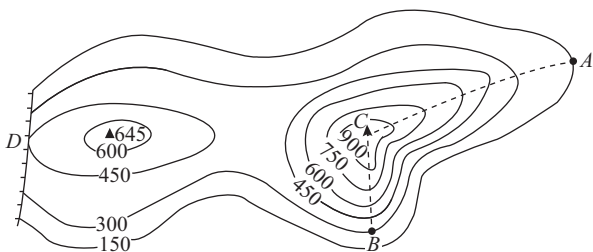


图 1-69

电势和电场强度分别从“能”和“力”两个角度描述了电场的性质。但我们可以举出各种例子说明它们之间的不一定。比如,匀强电场中各点,场强一样而电势并不一样;在正点电荷产生的电场中,随 r 增加,沿电场线电势降低,场强也减小,如图 1-66(a)、图 1-68(a) 所示;在负点电荷产生的电场中,随 r 增加,逆电场线电势升高、场强减小,如图 1-66(b) 所示;在等量同号点电荷产生的电场中,两电荷连线的中点处,场强为零而电势不为零,如图 1-67(a)、图 1-68(b) 所示;在等量异号点电荷产生的电场中,两电荷连线的中点处,电势为零而场强

不为零,如图 1-67(c)、图 1-68(c) 所示……可是,我们还是觉得它们之间一定有一些联系……

电势与场强的不同在于:一个从能量的角度,说高还是低;一个从受力的角度,说强还是弱。电势差描述的是两点之间,而电场强度描述的是某一点处。

电场强度描述的是电场对放入其中的检验电荷的力的作用的性质;电势描述的是检验电荷在此点处具有电势能的性质。电势差描述的是电场对放入其中电荷做功的能力的性质。所以,电场强度和电势差之间的联系要从做功入手分析。

以最简单的匀强电场为例,图 1-70 展示了教材第 35 页思考与讨论的问题。将一个试探电荷 q 从 A 点移动到 B 点, A 、 B 间的直线距离为 l ,但在电场方向上的距离为 d ,则电场力做功为

$$W = qEl \cos \theta = qEd$$

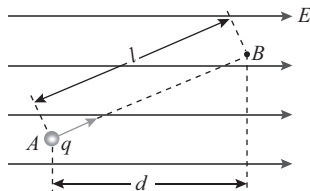


图 1-70

根据电场力做功与电势能之间的关系,则有

$$W = qU_{AB}$$

联立两个式子,有

$$U_{AB} = El \cos \theta = Ed$$

或

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

对于非匀强电场,在足够小的一片区域,我们仍然可以把它看作匀强电场,上面的式子可以写作 $E = \frac{\Delta U}{\Delta d}$,其中 E 、 ΔU 、 Δd 都取绝对值, Δ 表示很小。注意, d 是沿电场线方向的距离。或者写作 $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r}$,其中的 $\Delta\varphi$ 表示很小电势升高, $-\Delta\varphi$ 表示电势降低,比如从 A 到 B , $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$,而 $-\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B$,即 U_{AB} 。 Δr 表示沿电场线的距离, Δ 仍然表示很小。

那么 $E = \frac{U_{AB}}{d}$ 或 $E = \frac{\Delta U}{\Delta d}$ 或 $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r}$ 表示什么意思呢? 表示沿电场线方向单位距离的电势降,就像在海滩上往深处走,海滨浴场水面下的海滩很平缓,向前走很远水深也增加不了多少,比较安全,但大船会在离岸很远的地方搁浅;而港口水面下的地形就很陡,向前一步就可能是万丈深渊! 所以电场强度的大小描述了沿着电场线方向电势降落的“快慢”,不过这里的“快慢”不是单位时间,而是单位距离。如果我们用“梯度”(或者叫“陡度”,不过各种书上都叫梯度)来描述的话,电场强度就是电势梯度。这个梯度,当然是沿着电场线方向算的,因为沿着电场线电势降落最快,如图 1-71 所示。

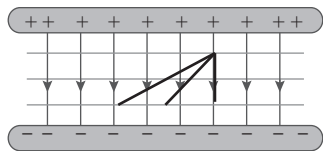


图 1-71

于是老师就想啊,电势有点像地势,电场强度有点像地形的陡度。黄土高原、青

藏高原高,但不一定陡,而我国东部山区的各种陡坡处则陡,但不一定高。

现在我们能理解电场线越密集的地方等势面也越密集了(一般来讲,大家习惯让相邻等势面的电势差相等,除非特别指明)。因为等势面间的 U 相等, E 越大,则 d 越小,也就是等势面越密集。反过来理解,等差等势面间距越密集, d 越小, E 就越大。电势差和电场强度的联系似乎更间接,因为电势差描述的是两点之间,而电场强度描述的是某一点处。

现在我们有三个关于电场强度的公式: $E = \frac{F}{q}$ 、 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 和 $E = \frac{U_{AB}}{d}$ (或者 $E = \frac{\Delta U}{\Delta d}$),我们要清楚各自的含义。 $E = \frac{F}{q}$ 叫作定义式,对任何电场都成立; $E = k \frac{Q}{r^2}$ 叫作点电荷电场强度的决定式,只适用于求点电荷电场的电场强度; $E = \frac{U_{AB}}{d}$ (或者 $E = \frac{\Delta U}{\Delta d}$) 叫作关系式,要注意式中的 d 必须是沿电场方向的距离。

1.9 静电场与重力场的对比

前面对于电势高低与地势高低、电场强度与地形陡度的类比,以及库仑定律与万有引力定律的对比,让我们看到二者是如此地相似。

电场对放入其中的电荷有力的作用和做功的能力分别用场强和电势来描

述。放入电场中的电荷绝不会老老实实地待着,而会沿着电场力的方向不断运动,不断牺牲系统的电势能而获得动能。只有在电势能最低的地方,它才可能稳定地待着。

在地球周围,一切有质量的物体都会自动下落或者有下落的趋势,只有在局部的最低点才会保持稳定。所以,要想在某一高度、某一

位置“躺平”,真的很难,只有处于势能最低位置,才能真正地“躺平”。

基于各种相似,我们可以引入“重力场”这样的概念。那么它与电场有哪些相似、哪些不同呢? 电场与重力场、引力场的对比见表 1-1。

表 1-1 中关于重力场、引力场的符号基本仿照电场,可以自己意会一下。

表 1-1 电场、重力场与引力场的对比

对比项目	匀强电场	重力场	点电荷 Q 的电场	质点 M 的引力场
放入的对象	电荷 q	质量 m	电荷 q	质量 m
受力	$F \propto q$	$F(mg) \propto m$	$k \frac{Qq}{r^2}$	$G \frac{Mm}{r^2}$
场强	电场强度 $E = \frac{F}{q}$	重力场强度 $g = F/m$	$E = \frac{F}{q} = k \frac{Q}{r^2}$	$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$
势能	$E_p = qEd$ (d 是到零电势的距离)	$E_p = mgh$ (h 是到 0 高度的距离)	$E_p = k \frac{Qq}{r}$	$E_p = -G \frac{Mm}{r}$
电势	$\varphi = \frac{E_p}{q} = Ed$	$\varphi_g = \frac{E_p}{m} = gh$	$\varphi = \frac{E_p}{q} = k \frac{Q}{r}$	$\varphi_g = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M}{r}$
电势差	$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ $= Ed_A - Ed_B$	$\varphi_{gA} - \varphi_{gB} = gh_A - gh_B$	$U_{AB} = k \frac{Q}{r_A} - k \frac{Q}{r_B}$	$G \frac{M}{r_A} - G \frac{M}{r_B}$
场强与“电势梯度”	$E = \frac{\Delta U}{\Delta d}$	$g = \frac{\Delta \varphi_g}{\Delta h}$	$E = k \frac{Qq}{r^2}$	$g = G \frac{Mm}{r^2}$
质点运动	初速度为零的匀加速运动 有初速度的类抛体运动	自由落体运动抛体运动	椭圆或圆周轨道(不考虑辐射以及量子力学中的其他理论)	椭圆或圆周轨道
其他	有负电荷但没发现负质量的质点			

现在,我们对电势、电势差、电场强度,以及它们之间的关系有一个可能更合适的例子,就是比较一下地面附近与月球表面附近的重力场强度,就是单位质量的物体,在同样的高度差下,其重力势能的改变并不相同,在地面上大,说明地面附近的重力场比月球表面附近的重力场更强。

1.10 习题课

请大家先独立做一下下面这些例题,再看答案。

例 1-26 (2014 海南) 如图 1-72(a) 所示,直线 MN 表示某电场中的一条电场线, a 、 b 是线上的两点,将一带负电荷的粒子从

a 点处由静止释放,粒子从 a 运动到 b 过程中的 $v-t$ 图线如图 1-72(b) 所示。设 a 、 b 两点的电势分别为 φ_a 、 φ_b ,场强大小分别为 E_a 、 E_b ,粒子在 a 、 b 两点的电势能分别为 W_a 、 W_b ,不计重力,则有()。

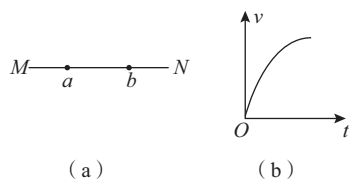


图 1-72

- A. $\varphi_a > \varphi_b$ B. $E_a > E_b$
C. $E_a < E_b$ D. $W_a > W_b$

【答案】 BD。

【分析】 MN 只是一条直的电场线,并不意味着匀强;带负电荷的粒子从 a 由静止释放向 b 运动,电场方向向左,电势 $\varphi_a < \varphi_b$;由 $v-t$ 图线可知,加速度减小,场强减小, $E_a > E_b$;从 a 到 b ,电场力做正功,电势能减小, $W_a > W_b$ 。注意,此处 W 表示电势能,题中有说明,因为用 E 表示电势能容易与场强 E 混淆。

例 1-27 (2016 · 海南) 如图 1-73 所示,一带正电的点电荷固定于 O 点,两虚线圆均以 O 为圆心,两实线分别为带电粒子 M 和 N 先后在电场中运动的轨迹, a 、 b 、 c 、 d 、 e 为轨迹和虚线圆的交点。不计重力。下列说法正确的是()。

- A. M 带负电荷, N 带正电荷
B. M 在 b 点的动能小于它在 a 点的动能
C. N 在 d 点的电势能等于它在 e 点的电势能
D. N 在从 c 点运动到 d 点的过程中

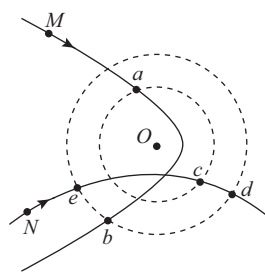


图 1-73

克服电场力做功

【答案】 ABC。

【分析】 曲线运动所受合力指向运动轨迹的凹侧, O 点电荷带正电,可知 M 受到了引力作用, N 受到了斥力作用,故 M 带负电荷, N 带正电荷;虚线圆是等势面, $\varphi_a > \varphi_b$, M 从 a 点到 b 点电场力做的总功为负,动能减小; d 点和 e 点在同一等势面上, N 在 d 点的电势能等于它在 e 点的电势能; N 从 c 点运动到 d 点的过程中,电场力做正功。

例 1-28 (2009 全国 II) 图 1-74 中虚线为匀强电场中与场强方向垂直的等间距平行直线。两粒子 M 、 N 质量相等,所带电荷的绝对值也相等。现将 M 、 N 从虚线上的 O 点以相同速率射出,两粒子在电场中运动的轨迹分别如图 1-74 中两条实线所示。点 a 、 b 、 c 为实线与虚线的交点,已知 O 点电势高于 c 点。若不计重力,则()。

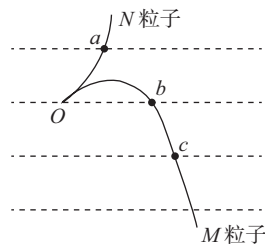


图 1-74

- A. M 带负电荷, N 带正电荷
- B. N 在 a 点的速度与 M 在 c 点的速度大小相同
- C. N 在从 O 点运动至 a 点的过程中克服电场力做功
- D. M 在从 O 点运动至 b 点的过程中, 电场力对它做的功等于零

【答案】 BD。

【分析】 虚线是等势线, 匀强电场, $\varphi_O > \varphi_c$, E 向下。曲线运动受力指向曲线内侧, 不计重力, M 带正电荷, N 带负电荷, A 错误; N 从 O 至 a 电场力做正功, C 错误; 图中的虚线为等势线, 所以 M 点从 O 点到 b 点的过程中电场力对粒子做功等于零, D 正确。 O 到 a 的电势差等于 O 到 c 的电势差, 电荷和质量大小相等, 而且电场力都做的是正功, 根据动能定理得 a 与 c 两点的速度大小相同, 但方向不同, B 正确。

例 1-29 (2016 新课标 I) 如图 1-75 所示, 一带负电荷的油滴在匀强电场中运动, 其轨迹

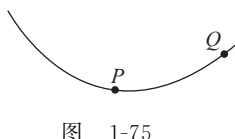


图 1-75

在竖直平面(纸面)内, 且相对于过轨迹最低点 P 的竖直线对称。忽略空气阻力。由此可知()。

- A. Q 点的电势比 P 点高
- B. 油滴在 Q 点的动能比它在 P 点的大
- C. 油滴在 Q 点的电势能比它在 P 点的大
- D. 油滴在 Q 点的加速度大小比它在 P 点的小

【答案】 AB。

【分析】 带负电荷的油滴在匀强电场中运动, 其轨迹在竖直平面(纸面)内, 且相对于过轨迹最低点 P 的竖直线对称, 可以判断合力的方向竖直向上, 而重力方向竖直向下, 可知电场力的方向竖直向上, 油滴带负电荷, 所以匀强电场的方向竖直向下, 所以 Q 点的电势比 P 点高, 带负电的油滴在 Q 点的电势能比它在 P 点的小, 在 Q 点的动能比它在 P 点的大, 故 A、B 正确, C 错误。在匀强电场中电场力是恒力, 重力也是恒力, 所以合力是恒力, 所以油滴的加速度恒定, 故 D 错误。

例 1-30 如图 1-76 所示, 在匀强电场中, 将电荷量为 $-6 \times 10^{-6} \text{C}$ 的点电荷从电场中的 A 点移到 B 点, 静电力做了一 $2.4 \times 10^{-5} \text{J}$ 的功, 再从 B 点移到 C 点, 静电力做了 $1.2 \times 10^{-5} \text{J}$ 的功。已知电场的方向与 $\triangle ABC$ 所在的平面平行。

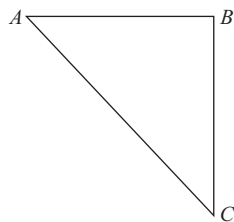


图 1-76

(1) A 、 B 两点间的电势差 U_{AB} 和 B 、 C 两点间的电势差 U_{BC} 分别为多少?

(2) 如果规定 B 点的电势为零, 则 A 点和 C 点的电势分别为多少?

(3) 请在图 1-76 中画出过 B 点的电场线方向, 并说明理由。

【答案】 (1) $U_{AB} = 4 \text{V}$, $U_{BC} = -2 \text{V}$;

(2) 4V , 2V ;

(3) 图略, 见分析。

【分析】 (1) 从 A 到 B, 静电力对点电荷做功 $-2.4 \times 10^{-5} \text{J}$, 则

$$U_{AB} = \frac{-2.4 \times 10^{-5} \text{J}}{-6 \times 10^{-6} \text{C}} = 4 \text{V}$$

从 B 到 C, 静电力对点电荷做功 $1.2 \times 10^{-5} \text{J}$, 则

$$U_{BC} = \frac{1.2 \times 10^{-5} \text{J}}{-6 \times 10^{-6} \text{C}} = -2 \text{V}$$

(2) 如果规定 B 点的电势为零, 则 A 点的电势为 4V、C 点的电势为 2V。

(3) 观察 AB 间电势差, 是 BC 间的两倍, 所以, 把 AB 连线二等分, 使得 $AM = MB$, 则 BC 等势, 过 B 作 CD 的垂线即为电场线。可是凭什么 $AM = MB$ 就 CD 等势? 原来在匀强电场中任意画一条直线, 直线上相等距离的点之间电势差必定相等, 因为 $U = EL \cos \theta$, θ 为这条直线与电场线的夹角。那么, 由于是匀强电场, 所以 E 相等; 由同一条直线得 θ 相等; 由相等距离得 L 相等, 电势差 U 当然相等。图略。

例 1-31 图 1-77 中 A、B、C、D 是匀强电场中一正方形的四个顶点, 已知 A、B、C 三点的电势分别为 $\varphi_A = 15 \text{V}$, $\varphi_B = 3 \text{V}$, $\varphi_C = -3 \text{V}$, 由此可得 D 点的电势 $\varphi_D =$ _____ V。

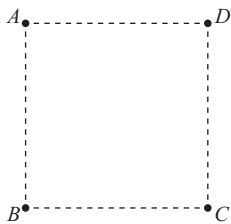


图 1-77

【答案】 9。

【分析】 这道题过去有一个解法, 如

图 1-78 所示, 把 AC 连线三等分, 使得 $AM = MN = NC$, 则 $\varphi_M = 9 \text{V}$, $\varphi_N = 3 \text{V}$ 。连接 BN 与 DM, 则有 $DM \parallel BN$, 都是等势线, 所以 $\varphi_D = 9 \text{V}$ 。

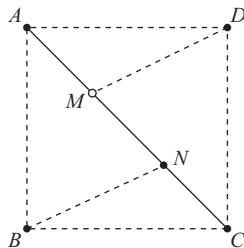


图 1-78

但何苦这样麻烦呢? AD 与 BC 平行且等长, 在匀强电场中必然电势差相等, 即 $U_{AD} = U_{BC}$, 结果易得。

例 1-32 如图 1-79 所示, 匀强电场中的正六边形六个顶点分别为 a、b、c、d、e、f, 已知 $\varphi_a = 1 \text{V}$, $\varphi_b = 3 \text{V}$, $\varphi_c = 7 \text{V}$, 求其余三个顶点的电势。

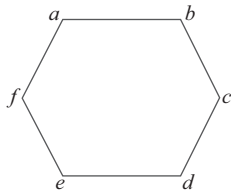


图 1-79

【答案】 $\varphi_d = 9 \text{V}$, $\varphi_e = 7 \text{V}$, $\varphi_f = 3 \text{V}$ 。

【分析】 fc 与 ab 平行且 $fc = 2ab$, 所以 $U_{fc} = 2U_{ab}$, 则 $\varphi_f = 3 \text{V}$ 。凭什么? 因为 $U = EL \cos \theta$, 匀强电场, E 相等; 平行, θ 相等; 匀强电场中的平行线段两端的电势差与线段长度成正比。

同理, $U_{ad} = 2U_{bc}$, $\varphi_d = 9 \text{V}$; $U_{ed} = U_{ab}$, $\varphi_e = 7 \text{V}$ 。

例 1-33 (2009 全国) 如图 1-80 所示, 一电场的电场线分布关于 y 轴(沿竖直方

向)对称, O 、 M 、 N 是 y 轴上的三个点,且 $OM=MN$, P 点在 y 轴的右侧, $MP \perp ON$, 则()。

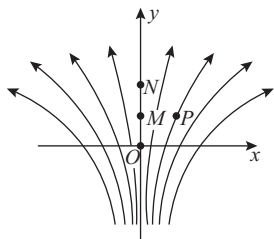


图 1-80

- A. M 点的电势比 P 点的电势高
- B. 将负电荷由 O 点移动到 P 点,电场力做正功
- C. M 、 N 两点间的电势差大于 O 、 M 两点间的电势差
- D. 在 O 点静止释放一带正电粒子,该粒子将沿 y 轴做直线运动

【答案】 AD。

【分析】 由图和几何关系可知, M 和 P 两点不处在同一等势线上,而且有 $\varphi_M > \varphi_P$ (过 M 点的等势线处处与电场线垂直, P 在这个等势线之外),A 正确。将负电荷由 O 点移到 P 点,要克服电场力做功,即电场力做负功,B 错。根据 $U=Ed$,虽然不是匀强电场,但 O 到 M 的平均电场强度大于 M 到 N 的平均电场强度,所以有 $U_{OM} > U_{MN}$,C 错误。在 O 点释放带正电粒子后,电场力做正功,该粒子将沿 y 轴做加速直线运动,D 正确。

例 1-34 (2013 上海)半径为 R 、均匀带正电荷的球体在空间产生球对称的电场,场强大小沿半径分布如图 1-81 所示,图中 E_0 已知, $E-r$ 曲线下 $O-R$ 部分的面积

等于 $R-2R$ 部分的面积。

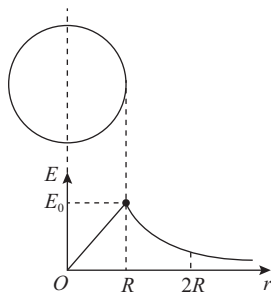


图 1-81

- (1) 写出 $E-r$ 曲线下面积的单位;
- (2) 已知带电球在 $r \geq R$ 处的场强 $E = k \frac{Q}{r^2}$,式中 k 为静电力常量,该均匀带电球所带的电荷量 Q 为多大?
- (3) 求球心与球表面间的电势差 U ;
- (4) 质量为 m 、电荷量为 q 的负电荷在球面处需具有多大的速度可以刚好运动到 $2R$ 处?

【答案】 (1) V(伏特);

$$(2) Q = \frac{E_0 R^2}{k};$$

$$(3) U = \frac{1}{2} E_0 R;$$

$$(4) v_0 = \sqrt{\frac{q E_0 R}{m}}.$$

【分析】 (1) V(伏特), $E-r$ 曲线下的面积即为 $\sum E \Delta r$,为电势差。

$$(2) E_0 = k \frac{Q}{R^2}, \text{解得 } Q = \frac{E_0 R^2}{k}.$$

(3) 题中说, $E-r$ 曲线下 $O-R$ 部分的面积等于 $R-2R$ 部分的面积。那么 $R-2R$ 间面积也等于 $\frac{1}{2} E_0 R$,则 $U = \frac{1}{2} E_0 R$ 。

(4) 由动能定理可得

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qU = -q \cdot \frac{1}{2}E_0R$$

解得

$$v_0 = \sqrt{\frac{qE_0R}{m}}$$

例 1-35 (2009 江苏) 空间某一静电场的电势 φ 在 x 轴上分布如图 1-82 所示, x 轴上两点 B 、 C 点电场强度在 x 方向上的分量分别是 E_{Bx} 、 E_{Cx} , 比较 E_{Bx} 与 E_{Cx} 的大小。

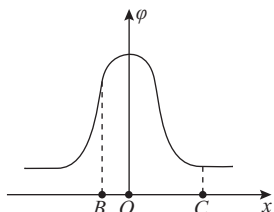


图 1-82

【答案】 $E_{Bx} > E_{Cx}$ 。

【分析】 $\varphi-x$ 图像上某一点切线的斜率绝对值即该点处场强沿 x 方向分量的大小 ($E = \left| \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \right|$), 则 $E_{Bx} > E_{Cx}$ 。

例 1-36 (2014 江苏) 如图 1-83 所示, 一圆环上均匀分布着正电荷, x 轴垂直于环面且过圆心 O 。下列关于 x 轴上的电

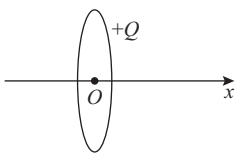


图 1-83

场强度和电势的说法中正确的是()。

- A. O 点的电场强度为零, 电势最低
- B. O 点的电场强度为零, 电势最高
- C. 从 O 点沿 x 轴正方向, 电场强度减小, 电势升高
- D. 从 O 点沿 x 轴正方向, 电场强度增大, 电势降低

【答案】 B。

【分析】 根据对称性可知, 圆环上各电荷在 O 点产生的场强抵消, 合场强为零。圆环上各电荷产生的电场强度在 x 轴有向右的分量, 根据电场的叠加原理可知, x 轴上电场强度方向向右。根据顺着电场线方向电势降低, 可知在 x 轴上 O 点的电势最高, 故 A 错误、B 正确。 O 点的合场强为零, 无穷远处场强也为零, 所以从 O 点沿 x 轴正方向, 场强应先增大后减小。 x 轴上电场强度方向向右, 电势降低, 故 C 和 D 错误。

例 1-37 两个点电荷位于 x 轴上, 在它们形成的电场中, 若取无限远处的电势为零, 则在正 x 轴上各点的电势如图 1-84 中曲线所

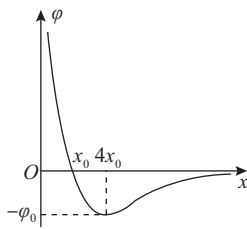


图 1-84

示, 当 $x \rightarrow 0$ 时, 电势 $\varphi \rightarrow \infty$; 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 电势 $\varphi \rightarrow 0$; 电势为零的点的坐标为 x_0 , 电势为极小值 $-\varphi_0$ 的点的坐标为 $4x_0$ 。试根据图中曲线提供的信息, 确定这两个点电荷所带电荷的符号、电荷量的大小, 以及它们在 x 轴上的位置。已知以无穷远为电势零点时, 点电荷形成的电场中一点的电势为 $\varphi = k \frac{Q}{r}$, 其中 Q 为点电荷量, r 为该点离点电荷的距离。

【答案】 $q_1 = \frac{2\varphi_0 x_0}{k}, q_2 = \frac{18\varphi_0 x_0}{k}, a = 8x_0$ 。

【分析】 两个点电荷的位置及带电荷量都未知, 应该有四个未知数, 但我们可以通过定性分析先确定一些事。

首先,在 $x > 0$ 的区间,没有点电荷,因为如果有点电荷,其附近的电势会是正的或者负的无穷大。而由“当 $x \rightarrow 0$ 时,电势 $\varphi \rightarrow \infty$ ”可知 $x = 0$ 处有正的点电荷,设带电荷量为 $+q_1$ 。

其次,由于在 $x > x_0$ 时, $\varphi < 0$,可以判断在负 x 轴上有负的点电荷,而且带电荷量大于正点电荷,设为 $-q_2$,位置坐标为 $-a$ 。

在 x_0 处, $\varphi = 0$,于是有

$$k \frac{q_1}{x_0} + k \frac{-q_2}{(a+x_0)} = 0$$

在 $x = 4x_0$ 处, $\varphi = -\varphi_0$,于是有

$$k \frac{q_1}{4x_0} + k \frac{-q_2}{(a+4x_0)} = -\varphi_0$$

最后,在 $4x_0$ 处,电势为极小值,该点处切线斜率为 0,场强为 0! 于是有

$$k \frac{q_1}{(4x_0)^2} + k \frac{-q_2}{(a+4x_0)^2} = 0$$

解得

$$a = 8x_0$$

$$q_1 = \frac{2\varphi_0 x_0}{k}$$

$$q_2 = \frac{18\varphi_0 x_0}{k}$$

例 1-38 (2014 新课标) 如图 1-85 所示, O 、 A 、 B 为同一竖直平面内的三个点, OB 沿竖直方向, $\angle BOA = 60^\circ$, $OB = \frac{3}{2}OA$, 将一质量为 m 的小球以一定的初动能自 O 点水平向右抛出, 小球在运动过程中恰好通过 A 点。使此小球带电, 电荷量为 q ($q > 0$), 同时加一匀强电场, 场强方向与 $\triangle OAB$ 所在平面平行。现从 O 点以同样

的初动能沿某一方向抛出此带电小球, 该小球通过了 A 点, 到达 A 点时的动能是初动能的 3 倍。若该小球从 O 点以同样的初动能沿另一方向抛出, 恰好通过 B 点, 且到达 B 点时的动能为初动能的 6 倍, 重力加速度大小为 g , 求:

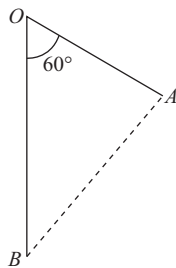


图 1-85

(1) 无电场时, 小球到达 A 点时的动能与初动能的比值;

(2) 电场强度的大小和方向。

【答案】 (1) $\frac{7}{3}$;

(2) $\frac{\sqrt{3}mg}{6q}$, 与竖直向下的方向的夹角

为 30° 。

【分析】 这道题最容易主观臆断 BA 与 OA 垂直, 立即就被卡死了。 $OB = \frac{3}{2}OA$, 而不是 $2OA$!

(1) 小球以一定的初动能自 O 点水平向右抛出, 小球在运动过程中恰好通过 A 点。

OA 与水平方向的夹角为 30° , $y = \frac{1}{2}gt^2$, $x = v_0 t$, $\frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, 解得 $t = \frac{2v_0}{\sqrt{3}g}$, $y = \frac{2v_0^2}{3g}$, 重力做功 $mgy = \frac{2}{3}mv_0^2$, v_0 为初速度。

于是到达 A 点的动能 E_{kA} 与初动能

E_{k0} 的关系为 $E_{kA} - E_{k0} = mgy$, 已知 $E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2$, 求得 $E_{kA} = \frac{7}{3}E_{k0}$ 。

(2) 使小球带电并且在空间加匀强电场后, 小球从 O 点“以同样的初动能沿某一方向抛出”, “通过了 A 点, 到达 A 点时的动能是初动能的 3 倍”, 这意味着什么? $3E_{k0} - E_{k0} = mgy + W_{\text{电}}$, 即 $W_{\text{电}} = \frac{2}{3}E_{k0}$ 。

由“若该小球从 O 点以同样的初动能沿另一方向抛出, 恰好通过 B 点, 且到达 B 点时的动能为初动能的 6 倍”, 可知 $6E_{k0} - E_{k0} = mg\overline{OB} + W'_{\text{电}}$, 注意 $\overline{OB} = 3y$, 于是解得 $W'_{\text{电}} = E_{k0}$ 。

从哪里求电场强度? 先找等势线。

$U_{OB} = \frac{W'_{\text{电}}}{q}$, $U_{OA} = \frac{W_{\text{电}}}{q}$, 可得 $U_{OB} = \frac{3}{2}U_{OA}$ 。

于是可以根据前述几何关系作出图 1-86, 在 OB 上截取 $OM = \frac{2}{3}OB$, MA 为等势线, 电场必与其垂线 OC 方向平行。设电场方向与竖直向下的方向的夹角为 α , 由几何关系可得 $\alpha = 30^\circ$, 即电场方向与竖直向下的方向的夹角为 30° 。

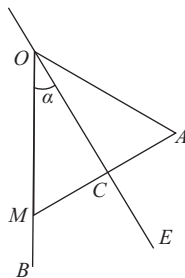


图 1-86

设场强的大小为 E , 有 $qEd \cos 30^\circ =$

$W_{\text{电}}$, 解得 $E = \frac{\sqrt{3}mg}{6q}$ 。