CHAPTER 1
第1章

绪　　论

知识目标

1. 理解运筹学的总体内容、方法体系以及核心思想；
2. 理解数学建模的基本内涵、一般流程与方法论特征；
3. 理解运筹学与数学建模之间的内在联系与互补关系.

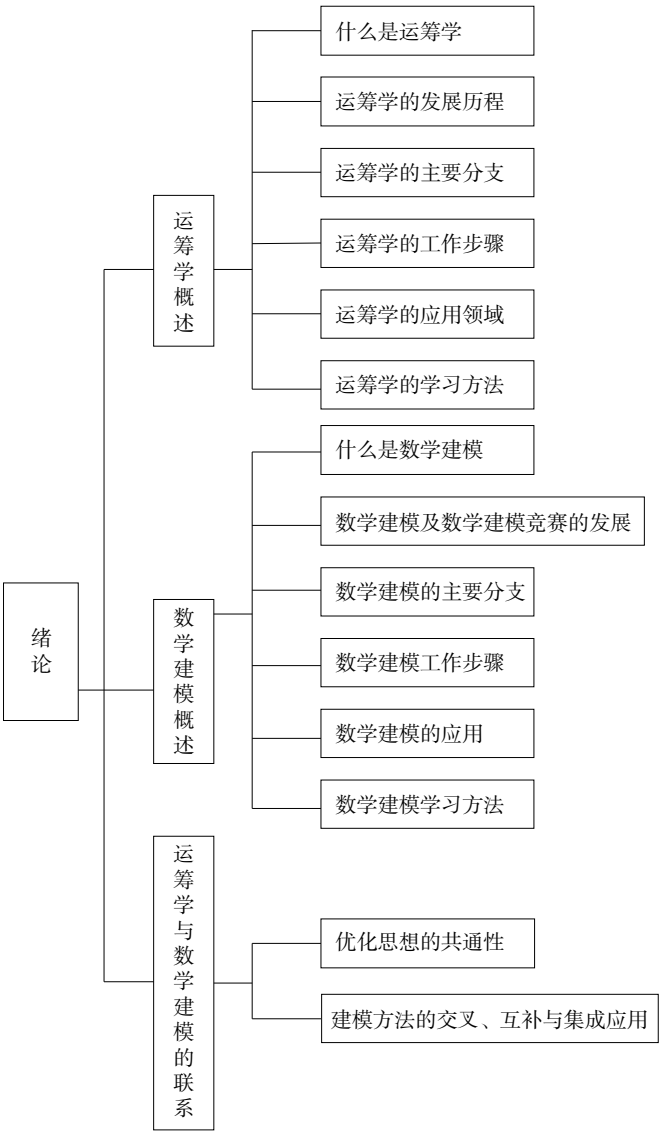
能力目标

1. 初步具备运用运筹学思想分析和解决实际问题的思维能力；
2. 掌握数学建模的基本思想与方法，能够针对实际问题构建数学模型；
3. 理解并运用运筹学与数学建模共有的优化决策思想，提升系统化、定量化分析问题的能力.

素养目标

1. 了解中国古代人民在治国、工程、军事等方面运用运筹思想的智慧成就，增强民族自豪感，坚定文化自信；
2. 了解中国老一辈科学家在运筹学引入、推广和应用中的杰出贡献，培养家国情怀与科学报国精神；
3. 强调在建模过程中数据处理的严谨性、假设的合理性与表述的规范性，培养学生端正的学术道德和职业操守，树立正确的价值观；
4. 培养学生的科学思维和创新意识，鼓励其在面对复杂实际问题时勇于探索、敢于突破，以科学精神与方法应对挑战；
5. 在小组合作完成建模任务的过程中，强化团队协作与沟通能力，引导学生学会倾听、尊重他人意见，共同推进问题解决.

思维导图


绪论
运筹学概述
什么是运筹学
运筹学的发展历程
运筹学的主要分支
运筹学的工作步骤
运筹学的应用领域
运筹学的学习方法
数学建模概述
什么是数学建模
数学建模及数学建模竞赛的发展
数学建模的主要分支
数学建模工作步骤
数学建模的应用
数学建模学习方法
运筹学与数学建模的联系
优化思想的共通性
建模方法的交叉、互补与集成应用

运筹学是一门集理论、模型和算法于一体的应用科学. 运筹学通过多学科理论的交叉结合，构建各类数学模型，并运用相应的求解算法，为经济管理、工程技术、工农业生产等领域的复杂系统问题提供优化决策方案.

数学建模同样是一门集理论、模型和算法于一体的应用科学. 它针对现实世界中的特定对象，在合理简化和假设的基础上，运用适当的数学结构，并结合现代计算技术，对各类复杂问题进行优化决策、优化设计、优化控制或趋势预测.

运筹学与数学建模共享“优化解决复杂问题”的思想内核，也共有一套“通过建立数学模型应对现实大型问题”的方法论体系. 两者之间可谓“你中有我，我中有你”. 有鉴于此，本书将二者内容有机融合，既充分发挥它们在优化思想与建模方法上的协同优势，又兼顾各自在其他方面的独特价值，力求使理论知识更有效地服务于实际问题的解决.

1.1　运筹学概述

一、什么是运筹学

运筹学是 20 世纪三四十年代兴起的一门新兴交叉学科，主要研究如何运用数学和计算科学的理论与方法，对社会系统和工程系统做出最优或满意的决策.

具体而言，运筹学采用分析、实验、量化的方法，对经济管理等系统中人力、物力、财力等资源进行统筹安排，以充分发挥有限资源的最大效益，并为决策者提供科学依据的最优方案，从而实现系统整体的最优目标.

运筹学在优化决策过程中具有两个重要特征：(1) 理论与实践相结合，能够综合运用多种理论解决各领域、各行业的实际问题；(2) 具有多学科交叉属性，数学、经济学、管理学、物理学、化学、工程学等学科交叉结合，共同形成了解决大型复杂现实问题的新理论、新方法和新路径.

二、运筹学的发展历程

1. 中国古代已有丰富的运筹思想与实践

早在战国初期 (公元前三百多年),“齐王赛马”便体现了朴素的博弈与优化策略. 楚汉战争中，张良“运筹帷幄中，决胜千里外”，刘邦以此赞誉其善于谋略策划. 宋代丁谓修复开封皇宫时，创造性提出“取土烧砖—开渠水运—杂料回填”的综合施工方案，堪称系统工程与统筹方法的早期典范.

2. 第二次世界大战期间，运筹学作为科学名称出现并应用于军事决策

第二次世界大战期间 (20 世纪 30 年代末),“运筹学”作为科学名称正式出现. 英、美等国相继成立“运作研究”(operational research / operations research) 小组，致力于解决复杂的

战略与战术问题。其主要贡献包括：有效保护从美国至英国的商船补给运输线（如例 1.1），以及应对德国空军对英伦三岛的大规模空袭.

例 1.1（目标转换效应） 二战期间有这样一个例子，在诺曼底登陆后，盟军开辟了欧洲战场. 美国为盟军生产的军火需要大量运往欧洲. 由于运输任务很重，政府动员了许多商船. 开始时由于德国飞机攻击频繁，使商船的损失极为惨重. 美国海军部因此决定在商船上安装高射炮和高射机枪. 但过了一段时间后发现，这些高射武器的战绩实在糟糕，几乎没有击落或击伤一架敌人的飞机. 所以有许多人产生了这样的疑问：有没有必要继续在其他商船上安装高射武器？这样做是不是多此一举？盟军海军的运筹小组经讨论研究后认为，在商船上安装高射炮没有击毁一架敌机，但通过统计数据的分析，发现它在保护商船、防止敌机轰炸方面起到了很显著的作用，商船受损失的数量明显下降. 看来，安装高射炮并不是徒劳之举，关键是看为了达到什么样的目的. 也由此可见，评价一项措施的效果，必须紧扣目标定位，而非仅看单一指标.

3. 第二次世界大战后，运筹学逐步形成学科体系并依托计算机技术迅速发展

第二次世界大战后，运筹学作为一门学科逐步形成并发展. 运筹学方法论得到快速发展，形成运筹学的许多分支；同时由于电子计算机的迅猛发展和广泛应用，使得运筹学的方法论能成功地解决大量经济管理中的决策问题. 运筹学也成为广大管理工作者进行科学决策和高效管理的重要工具.

4. 20 世纪 50 年代后期，现代运筹学被引入中国并实现本土化

现代运筹学于 20 世纪 50 年代后期被引入中国. 1956 年，在钱学森、许国志先生的推动下，中国科学院力学研究所成立了国内第一个运筹学研究小组. 1959 年，中国科学院数学研究所也成立了运筹学研究部门，次年与力学所小组合并，形成数学研究所的一个研究室. 1963 年，该研究室为中国科学技术大学应用数学系首届学生开设了较为系统的运筹学专业课，标志着运筹学正式进入中国高等教育体系.

在应用推广方面，1957 年起我国便在交通运输领域成功运用运筹学方法，其中交通运输部门推广使用的“图上作业法”便是典型范例. 1965 年后，华罗庚先生亲自率领“优选法”“统筹法”推广小分队，深入全国 20 余个省市的农村和工厂，极大地推动了运筹学在中国的普及.

在组织建设方面，1980 年中国运筹学会作为中国数学会的分会成立；1991 年，经国家科学技术委员会批准，中国运筹学会正式成为国家一级学会，并于次年加入中国科学技术协会.

5. 1994 年 INFORMS 的成立推动运筹学与管理科学的深度融合

1994 年，美国运筹学会和管理科学学会合并成立了运筹学与管理科学学会（The Institute for Operations Research and the Management Sciences，INFORMS）. 该组织至今在各行业、各领域的决策优化中持续发挥着重要作用.

运筹学与管理科学的融合催生了管理运筹学. 运筹学提供数学优化方法与系统分析工具，管理科学则贡献组织行为理论、决策理念与现实管理约束，二者深度融合，使管理运筹学既保留了运筹学的定量优化优势，又充分回应了管理决策中的复杂现实需求，成为连接精确优化与有效管理实践的重要桥梁.

运筹学与管理运筹学的主要区别见本章末拓展阅读.

三、运筹学的主要分支

运筹学的主要分支包括：线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划、决策分析、图与网络模型、库存论、排队论、对策论（博弈论）、存储论、动态规划、预测方法、排序与统筹方法等. 以下择要介绍部分分支.

1. 线性规划：研究在线性约束条件下，求解线性目标函数的最大值或最小值问题，是运筹学中最基本、应用最广泛的分支之一.

2. 运输问题：探讨如何在满足供需约束的前提下，以最低运输成本将物资从多个供应点运往多个需求点. 该类问题广泛存在于煤炭、钢铁、粮食等大宗物资调运中，其核心是制定总运费最小的调运方案.

3. 整数线性规划：在线性规划基础上，要求部分或全部决策变量取整数值的一类特殊规划问题.

4. 目标规划：为适应经济管理中多目标决策需求而发展起来的分支，涵盖线性目标规划、整数目标规划与非线性目标规划等类型，其中以线性目标规划研究最为成熟.

5. 动态规划：用于求解多阶段决策过程最优化问题，其核心思想是将复杂的阶段问题分解为若干相互关联的单阶段子问题，从而简化求解.

6. 图与网络模型：以点表示研究对象，以边（或弧）表示对象间关系，构成图结构，可用于系统设计、项目进度管理、路径优化等诸多领域.

7. 对策论（博弈论）：分析具有对抗或竞争性质的现象，研究在既定规则下，多个决策者（局中人）如何选择最优策略以最大化自身收益，同时兼顾对手可能采取的行动.

8. 决策分析：在不确定性或风险环境下，对不同决策方案进行合理性评估，并依据决策准则与方法，从多个备选方案中遴选出最优方案.

四、运筹学的工作步骤

运筹学研究和应用通常遵循以下 6 个基本步骤.

1. 提出和形成问题：明确问题目标、约束条件、可控变量及相关参数，系统收集所需资料与数据.

2. 建立模型：将可控变量、参数、目标函数与约束条件之间的逻辑关系，用适当的数学模型加以表达.

3. 模型求解：运用数学方法或其他有效手段对模型进行求解，所得解可为最优解、次优解或满意解. 复杂模型通常需借助计算机实现，解的精度由决策者根据实际需求确定.

4. 解的检验：对模型解进行验证与评估，检查其合理性与有效性，该环节确保解不仅在数学上成立，更在实践中可行且可靠.

5. 解的控制与调整：通过控制解的变化过程判断是否需要对解进行适当调整，以适应实际环境中的变化或不确定性，并及时做出必要修改.

6. 解的实施：将经过验证和调整的解应用于实际系统，并在实施过程中持续监控，结合操作实际不断优化，确保理论上的最优方案转化为实践中的有效行动.

五、运筹学的应用领域

运筹学研究对象的普遍性与研究过程的系统性，决定了其应用范围的广泛性. 目前，运筹学已渗透至工农业生产、经济管理、工程技术、国防安全、自然科学等诸多领域. 具体涉及市场销售、生产计划、库存管理、运输调度、财务与会计、人力资源管理、设备维护与更新、项目评价与选择、工程优化设计、计算机与信息系统、城市公共管理等方面.

六、运筹学的学习方法

对于理工科背景的学生，建议在掌握线性规划等基本理论与方法的基础上，熟练使用相关软件进行模型求解，并在理解单纯形法等核心算法的基础上，具备一定的编程能力，以便应对更复杂的实际问题.

对于经济管理类专业的学生，应侧重于掌握运筹学的基本理论与方法，并能够熟练运用计算机软件解决实际问题，强调应用能力而非算法推导深度.

1.2 数学建模概述

一、什么是数学建模

数学建模是指针对现实世界中的特定对象，为实现某一特定目的，在作出合理简化和必要假设的基础上，运用适当的数学工具，构造出一个数学结构，用以解释特定现象的现实性态、预测对象的未来状况、提供优化决策与控制方案，或设计满足特定需求的产品等. 数学建模是一个从实际问题到数学模型，再从数学模型回归实际问题的双向过程，它既是现实世界与数学世界之间的桥梁，也依托现代计算技术，为复杂问题的解决提供定量支撑.

二、数学建模及数学建模竞赛的发展

1. 数学建模的发展历程

（1）古代时期：数学建模思想已初现端倪. 例如，古希腊学者阿基米德在研究浮力问题时，通过对物体浸入液体状态的分析，构建了一种简单的数学关系，可视作数学建模的雏形. 古埃及人在建造金字塔过程中，亦借助测量、计算与几何知识，构建简单的数学模型以确定金字塔的形状、角度与高度，确保工程顺利实施.

（2）近代时期：数学建模逐步走向体系化. 在物理学领域，牛顿的经典力学体系建立过程中，数学建模发挥了巨大的作用. 牛顿通过对天体运动和地球上物体运动的观察，建立了运动定律和万有引力定律的数学模型. 这些模型不仅解释了当时很多无法理解的自然现象，还为后来的科学研究奠定了基础. 在工程技术领域，工业革命时期，工程师通过建立热传导、能量转换等数学模型，不断改进蒸汽机的设计，以提高蒸汽机的效率. 数学建模从单纯的科学研究扩展为工程技术等领域解决实际问题的重要工具.

（3）现代时期：数学建模的应用已渗透到社会生活的方方面面. 在医学领域，数学建模用于研究疾病的传播规律，如新冠疫情期间，科学家通过建立传染病传播模型，预测疫情的发展趋势，为防疫政策制定提供重要依据. 在金融领域，银行与投资机构借助风险评估模型，分析市场因素对收益的影响，辅助贷款决策与资产配置. 在环境科学领域，数学建模助力于研究生态系统的平衡、气候变化等问题. 如通过建立气候模型，模拟大气环流、温室气体排放等因素对全球气候的影响，为应对气候变化提供科学依据.

2. 数学建模竞赛的发展

目前具有广泛影响力的数学建模竞赛包括全国大学生数学建模竞赛、美国大学生数学建模竞赛、华东杯数学建模竞赛、中国数学建模网络挑战赛等.

（1）全国大学生数学建模竞赛（China Undergraduate Mathematical Contest in Modeling，CUMCM，简称“国赛”）：始于 1992 年，每年一届，由中国工业与应用数学学会（CSIAM）主办，是面向全国大学生的群众性科技活动，也是首批列入“高校学科竞赛排行榜”的 19 项赛事之一. 竞赛宗旨为“创新意识、团队精神、重在参与、公平竞赛”. 竞赛一般于每年 9 月的某个周末前后举行，为期 3 天；面向高等院校学生，分本科组和高职高专组，学生以队为单位参赛，每队不超过 3 人且须属同一学校，专业不限.

竞赛题目一般来源于科学与工程技术、人文与社会科学（含经济管理）等领域经过适当简化加工的实际问题，不要求参赛者预先掌握深入的专门知识，只需掌握高等学校数学基础课程内容. 题目设计兼具开放性与灵活性，鼓励参赛者发挥创造力. 参赛队伍需完成一篇完整论文，涵盖模型假设、建立与求解、算法设计与实现、结果分析与检验、模型改进等环节. 竞赛评奖以假设的合理性、模型的创造性、结果的正确性和文字表述的清晰程度为主要标准.

该赛事是中国高校规模最大的基础性学科竞赛，也是世界上规模最大的数学建模竞赛.

2025 年，来自中国及美国、英国、加拿大、芬兰、马来西亚等国的 1837 所院校 68311 队 20 余万人报名参赛. 竞赛旨在激发学生学习数学的积极性，提升其建立数学模型和运用计算机技术解决实际问题的综合能力，鼓励广泛参与课外科技活动，拓宽知识视野，培养创新精神及合作意识.

（2）美国大学生数学建模竞赛（Mathematical Contest in Modeling，MCM；简称“美赛”）：始于 1985 年，由美国数学及其应用联合会（COMAP）主办，得到美国工业与应用数学学会（SIAM）、美国国家安全局（NSA）、运筹学与管理科学学会（INFORMS）等机构赞助，是国际性数学建模竞赛，是全球最具影响力的数学建模赛事之一.

竞赛内容涉及经济、管理、环境等众多领域. 该赛事自 2000 年开始增加交叉学科建模竞赛（Interdisciplinary Contest in Modeling，ICM），MCM 与 ICM 两项赛事同时进行. MCM 与 ICM 竞赛题每年共出 3 道题，其中，MCM 每年出 2 道题，即 A、B 题，ICM 每年出 1 道题，即 C 题. 参赛队伍从 A、B、C 三题中任选一题解答. 2016 年，赛题增加到 6 题，A、B、C 为 MCM 赛题（具体题型为：A 连续型、B 离散型、C 大数据），D、E、F 为 ICM 赛题（具体题型为：D 运筹学/网络科学、E 环境科学、F 政策），参赛队伍从 A 至 F 六题中任选一题解答. MCM 赛题以其他学科知识内容为应用背景，ICM 赛题则以数学模型为核心，两种类型竞赛采用统一标准进行.

三、数学建模的主要分支

数学建模的主要分支包括：线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划、图与网络模型及方法、插值与拟合、微分方程建模、时间序列、多元分析、偏最小二乘回归分析、综合评价与决策方法、预测方法、现代优化算法、数字图像处理等. 以下简介其中几种.

1. 微分方程建模：通过构建含有未知函数及其导数的方程，描述系统随时间或空间变化的规律，实现对系统行为的预测和分析，广泛应用于物理、生物、工程、经济等领域.

2. 插值与拟合：二者均为常用的数据处理方法. 插值要求构造一个严格经过所有已知数据点的函数；拟合则寻求一个在整体趋势上逼近数据集的函数，不要求严格通过每个点. 二者各有适用场景，是建模中数据预处理与模型构建的重要工具.

3. 时间序列：将某种现象的指标数值按照时间顺序排列，构成数值序列. 时间序列分析是统计学和数据科学中的重要组成部分，主要用于研究数据随时间变化的规律及其未来预测.

四、数学建模工作步骤

数学建模一般流程与运筹学工作步骤类似，可简要归纳为以下逻辑链条：

实际问题的数学语言描述→模型假设→模型建立→模型求解
→模型改进→结果分析与检验→模型在实际问题中的应用

五、数学建模的应用

数学建模在众多领域发挥着重要作用，以下列举若干典型方面.

1. 自然科学领域：物理学中，通过建立数学模型描述物体运动、力学规律等. 牛顿第二定律 $F=ma$ 即为经典数学模型，将力、质量与加速度统一于一个简洁公式，帮助人们精确地分析和预测物体的运动状态. 化学中，数学模型用以研究反应动力学，预测反应速率和产物生成量.

2. 工程技术领域：建筑设计中，数学建模可用于结构分析，通过建立模型模拟建筑物在各种外力作用下的受力情况，确保建筑的安全性和稳定性. 在电子工程中，对电路的分析和设计也离不开数学建模，如利用基尔霍夫定律等建立电路模型，从而实现对电路性能的预测和优化.

3. 经济金融领域：经济预测方面，通过建立宏观经济模型，分析各种经济指标之间的关系，如国内生产总值、通货膨胀率、失业率等，从而对经济走势进行预测和政策制定. 金融风险管理中，数学模型用于评估投资组合风险，指导投资者合理配置资产，降低风险.

4. 社会科学领域：人口学中，通过建立人口增长模型，如 Malthus（马尔萨斯）模型与 Logistic（逻辑斯谛）模型/阻滞增长模型，研究人口的增长规律，为制定相关政策提供依据. 社会学研究中，数学模型可助力分析社会网络结构、个体行为与群体行为之间的关系等.

历年的全国大学生数学建模竞赛题目，亦是数学建模在各行业、各领域应用的生动案例，读者可通过“全国大学生数学建模竞赛”官网等渠道查阅学习.

数学建模作为连接理论与实践的桥梁，为解决现实问题提供了强有力的定量工具，有助于人类更深刻地认识世界并更有效地改造世界.

六、数学建模学习方法

数学建模不仅涉及模型的构建，还包括借助数学软件求解模型（如计算、绘图等），以及将模型成果应用于实际. 因此，学习数学建模应掌握较为系统的数学建模理论知识，熟悉常用数学软件操作，并善于利用人工智能等手段辅助文献检索、文献整理及写作，全面提升问题解决的全流程能力.

1.3　运筹学与数学建模的联系

一、优化思想的共通性

运筹学与数学建模均以“优化”为核心思想，二者相互交融、相辅相成，共同通过优化决策、优化设计、预测与控制等途径，致力于解决复杂的现实问题.

1. 目标导向的问题抽象：二者均从实际需求出发，明确优化目标，如成本最小化、利润最大化、效率最优化等；同时通过对问题进行抽象提炼，识别关键变量和影响因素，进而构建数学模型. 例如，在物流运输中，以运输成本最小化为目标，将车辆载重量、运输路线、货物需求量等实际要求转化为约束条件.

2. 模型构建与求解：借助线性规划、动态规划、非线性规划等数学工具构建模型，将现实问题转化为可计算的数学形式，再运用单纯形法、智能优化算法（如遗传算法等）对模型求解，得到最优解或近似最优解/满意解. 例如，在资源分配场景中，建立规划模型后，通过算法寻找资源分配的最佳方案，实现资源利用效率最大化.

3. 决策支持与反馈优化：模型求解后，尚需对结果进行灵敏度分析、误差检验等，据此修正模型，以提升模型的适用性和准确性，最终为决策提供科学依据. 例如，在城市交通规划中，依据分时段流量数据持续修正模型，为交通管理和道路建设提供合理建议.

二、建模方法的交叉、互补与集成应用

运筹学与数学建模均通过构建数学模型解决实际问题，在方法论层面存在广泛交集. 二者共有的核心数学建模方法包括线性规划方法、整数规划方法、动态规划方法、图与网络分析方法、排队论方法等. 从前文所列的运筹学与数学建模的分支体系中，亦可进一步看出两者在建模方法上的高度重叠与互补.



拓展阅读



拓展阅读